

KLAIPĖDOS UNIVERSITETAS

Jūros technologijų ir gamtos mokslų fakultetas

Jūrų inžinerijos katedra

Nerijus Mikaločius

**UOSTO SANDĖLIO
PLIENINIŲ KINTAMOJO SKERSPJŪVIO RĖMŲ
PASTOVUMO TYRIMAS**

Uosto statinių studijų programos magistrantūros baigiamasis darbas

Klaipėda, 2017

KLAIPĖDA UNIVERSITY

Faculty of Marine Technology and Natural Sciences

Department of Marine Engineering

Nerijus Mikaločius

**INVESTIGATION OF BUCKLING OF VARIABLE
SECTION STEEL FRAMES FOR A SEA PORT
STORAGE FACILITY**

Master's thesis of Port Constructions study programme

Klaipėda, 2017

KLAIPĖDOS UNIVERSITETAS

Jūros technologijų ir gamtos mokslų fakultetas

Jūrų inžinerijos katedra

TVIRTINU _____

Studijų programos vadovė

lekt. dr. J. Rutė

UOSTO SANDĖLIO PLIENINIŲ KINTAMOJO SKERSPJŪVIO RĖMŲ PASTOVUMO TYRIMAS

Magistrantūros baigiamasis darbas

Autorius

**TMNUS-15 gr. magistrantas
N. Mikaločius**

(data, parašas)

Vadovas

prof. dr. M. Samofalov

(data, parašas)

Recenzentas

lekt. dr. A. Štuopys

(data, parašas)

Recenzentas

lekt. dr. D. Narmontas

(data, parašas)

Klaipėda, 2017

KLAIPĖDOS UNIVERSITETAS
Jūros technologijų ir gamtos mokslų fakultetas
Jūrų inžinerijos katedra

Uosto statinių studijų programa,
Valstybinis kodas 612H20004
Antroji studijų pakopa:
Statybos inžinerijos magistro kvalifikacija

TVIRTINU:
Studijų programos vadovė
dr. Jevgenija Rutė

(parašas)
2017 m. mėn. d.

**MAGISTRO BAIGIAMOJO DARBO
UŽDUOTIS**

Magistrantas

Nerijus Mikaločius
(vardas, pavardė)

Magistro baigiamojo darbo tema

**UOSTO SANDĖLIO
PLIENINIŲ KINTAMOJO SKERSPJŪVIO RĖMŲ
PASTOVUMO TYRIMAS**

Baigiamajame darbe išnagrinėti, ištirti ir aprašyti:

- 1) strypų pastovumo temos įvadą, tikslą, reikalingumą ir naudą, tyrimų objektą, aktualumą;
- 2) kitų tyrėjų straipsnius, knygas, interneto šaltinius apie plieninių kintamojo skerspjūvio strypus;
- 3) klasikinius strypų pastovumo tyrimo metodus, plonasienių strypų teorijos pagrindus;
- 4) baigtinių elementų metodą kaip konstrukcijų pastovumo tyrimo įrankį;
- 5) kitų tyrėjų skaitinius, laboratorinius bei natūrinius eksperimentus, bandymų ar tyrimų rezultatus;
- 6) pastovaus ir kintamojo skerspjūvio kolonų kritines apkrovas bei pastovumo praradimo formas;
- 7) sugretinti kolonų tyrimų rezultatus su rezultatais, gautais taikant projektavimo reglamentus;
- 8) uosto sandėlio strypų baigtinių elementų (BE) ir kevalo BE modelių pastovumą, gretinti rezultatus;
- 9) analizę, apibendrinimą, baigiamąsias išvadas bei siūlymus, literatūros šaltinių sąrašą.

*) Pageidautina tyrimų rezultatus paskelbti mokslo straipsnio pavidalu, sudalyvauti konferencijoje.

Darbą parengti ir pateikti pagal KU Senato 2010 m. balandžio mėn. 09 d. nutarimu Nr. 11 – 56 patvirtintą „Klaipėdos universiteto studentų savarankiškų rašto ir meno darbų bendrųjų reikalavimų aprašas“.

Užduoties gavimo data: 2016 m. spalio 20 d.

Darbo baigimo terminas: 2017 m. gegužės 27 d.

Magistrantas

Nerijus Mikaločius
(vardas, pavardė)

.....
(parašas)

Darbo vadovas

prof. dr. Michail Samofalov
(vardas, pavardė)

.....
(parašas)

Baigiamąjį darbą pateikti dviem popieriniais egzemplioriais (recenzentams, po recenzavimo gražinami gynimo komisijai) ir kompiuterine „V_Pavarde_temos_pirmi_penki_zodziai.pdf“ laikmena dviem egzemplioriais: baigiamojo darbo vadovui ir studijų programos vadovui.

Klaipėdos universitetas
Jūrų technologijų ir gamtos mokslų fakultetas
Jūrų inžinerijos katedra

Uosto statinių studijų programos baigiamasis magistrantūros darbas

UOSTO SANDĖLIO PLIENINIŲ KINTAMOJO SKERSPJŪVIO RĖMŲ PASTOVUMO TYRIMAS

Autorius: N. Mikaločius

Vadovas: prof. dr. M. Samofalov

Kalba – lietuvių

SANTRAUKA

Baigiamajame magistrantūros darbe tyrinėjamas kintamo skerspjūvio aukščio sandėlio, esančio pajūrio regione, rėmo pastovumas.

Teorinėje dalyje atlikta literatūros apžvalga, apžvelgta pastovumo sąvoka, klasikiniai analiziniai sprendimo metodai ir jų taikymas, mokslinėje literatūroje randami pastovumo tyrimo būdų pasiūlymai. Taip pat pirmajame skyriuje gilinamasi į baigtinių elementų metodo teoriją, metodo panaudojimą pastovumui skaičiuoti, mokslinėje literatūroje siūlomus pastovumo sprendimo būdus baigtinių elementų metodu.

Tiriamoji dalis suskirstyta į pirminius ir galutinius tyrimus.

Pirminių tyrimų dalyje sudaromas tyrimų algoritmas, kuriuo remiantis atliekamos tolimesnės analizės. Pirminių tyrimų tikslas – palyginti analizinius pastovumo sprendimo metodus su skaitiniais, apžvelgti projektavimo normose siūlomus pastovumo tyrimo metodus, per papildomą atsargos koeficientą susieti lietuviškas projektavimo normas su skaitiniu pastovumo sprendimo būdu.

Galutinių tyrimų dalyje, naudojantis anksčiau gautais rezultatais, vienmačiais ir dvimačiais elementais modeliuojamas plieninis rėmas iš kintamojo skerspjūvio aukščio sijų, tiriamas jo vietinis (lokalinis) ir visuotinis (globalinis) pastovumas ir atliekami pakeitimai tol, kol rėmas atitinka lietuviškų projektavimo normų keliamus reikalavimus. Rėmas yra pritaikytas pajūrio regijonui, jam priskirtos šiam regijonui būdingos apkrovos. Galiausiai modeliuojama visa sandėlio konstrukcija, patikrinamas bendrasis pastato stovumas, palyginami rezultatai.

Baigiamąjį darbą sudaro 72 puslapiai, 44 paveikslėliai ir 17 lentelių.

Klaipėda University
Faculty of Marine Technology and Natural Sciences
Department of Marine Engineering

Master's thesis of Port Structures study programme

INVESTIGATION OF BUCKLING OF VARIABLE SECTION STEEL FRAMES FOR A SEA PORT STORAGE FACILITY

Author: N. Mikaločius

Academic supervisor: prof. dr. M. Samofalov

Language – Lithuanian

SUMMARY

Stability of a variable cross section steel frame of a storage facility, located in port area, is being analyzed in this Master's thesis.

In the first part of the thesis, a review of literature sources has been done, concept of stability explained and developed, classical analytical methods of solving stability problem, as well as new methods have been analyzed and reviewed. Also the finite element method has been analyzed, including the usage of the FEM for solving stability, and history of the FEM. Scientific literature was also reviewed and newly proposed methods described.

The investigational part of the thesis is divided into two parts: primary and final investigations.

An unique structure analysis algorithm has been designed, and analyzes carried out based on it. Objective of the primary analysis is to compare the analytical and numerical methods for analyzing stability, review the requirements of the Lithuanian and international design norms, and tie analytical and numerical methods using a new safety factor.

In the final investigation part of the thesis, a steel frame is designed and modeled in one and two dimensional finite elements, it's global and local stability analyzed, and, using a newly introduced safety factor, and after a number of improvements of the frame structure, a final frame, satisfying Lithuanian design norm requirements, is designed. The frame is adjusted to be safe to use in coastal region, as loads, specific for the region, are applied. Finally, a whole frame is modeled in FEM, global stability of the frame is checked, and results compared.

The final thesis consists of 72 pages, 44 pictures and 17 tables.

PAVEIKSLĖLIŲ SĄRAŠAS

1 pav. Kolonos klupimas	14
2 pav. Strypo įtvirtinimo sąlygų koeficientai skaičiuojamajam ilgiui nustatyti.....	15
3 pav. Sektorinio ploto iliustracija.....	23
4 pav. Tyrimų algoritmas	31
5 pav. Kintamo skerspjūvio aukščio ir jai ekvivalentinė pastovaus skerspjūvio kolonos ir jų skerspjūviai	32
6 pav. Kolonos šoninio standžio skaičiavimo principas.....	33
7 pav. Kintamojo skerspjūvio aukščio kolonos skaičiuojamoji schema	37
8 pav. Kolonos iš 16 baigtinių elementų klupimo formos ir jų kritinės jėgos įtvirtinimui Nr. 1	39
9 pav. Kolonos iš 16 baigtinių elementų klupimo formos ir jų kritinės jėgos įtvirtinimui Nr. 2	39
10 pav. Kolonos iš 16 baigtinių elementų klupimo formos ir jų kritinės jėgos įtvirtinimui Nr. 3	40
11 pav. Kolonos iš 16 baigtinių elementų klupimo formos ir jų kritinės jėgos įtvirtinimui Nr. 4	40
12 pav. Kolonos iš 16 baigtinių elementų klupimo formos ir jų kritinės jėgos įtvirtinimui Nr. 5	41
13 pav. Kolonos modeliavimas horizontaliai išdėstytomis plokštelėmis	42
14 pav. Kolonos iš horizontaliai išdėstytų dvimačių baigtinių elementų klupimo formos ir jų kritinės jėgos įtvirtinimui Nr. 1	42
15 pav. Kritinės jėgos F_{cr} reikšmės ir klupimo formos įtvirtinimui Nr. 1.....	44
16 pav. Kritinės jėgos F_{cr} reikšmės ir klupimo formos įtvirtinimui Nr. 2.....	45
17 pav. Kritinės jėgos F_{cr} reikšmės ir klupimo formos įtvirtinimui Nr. 3.....	45
18 pav. Kritinės jėgos F_{cr} reikšmės ir klupimo formos įtvirtinimui Nr. 4.....	46
19 pav. Kritinės jėgos F_{cr} reikšmės ir klupimo formos įtvirtinimui Nr. 5.....	46
20 pav. Kritinės jėgos F_{cr} reikšmės ir klupimo formos įtvirtinimui Nr. 1.....	47
21 pav. Kritinės jėgos F_{cr} reikšmės ir klupimo formos įtvirtinimui Nr. 2.....	48
22 pav. Kritinės jėgos F_{cr} reikšmės ir klupimo formos įtvirtinimui Nr. 3.....	48
23 pav. Kritinės jėgos F_{cr} reikšmės ir klupimo formos įtvirtinimui Nr. 4.....	49
24 pav. Kritinės jėgos F_{cr} reikšmės ir klupimo formos įtvirtinimui Nr. 5.....	49
25 pav. Sandėlio rėmo matmenys.....	52
26 pav. Sniego apkrovos ant stogo išdėstymo schema.....	53
27 pav. Koeficientų ce skaičiavimo schema (STR 2.05.04:2003).....	55
28 pav. Rėmo iš vienmačių baigtinių elementų skaičiuojamoji schema	57
29 pav. Skaičiavimų programos sugeneruotas trimatis rėmo iš vienmačių baigtinių elementų vaizdas	57
30 pav. Pirmoji rėmo iš vienmačių baigtinių elementų visuotinio pastovumo praradimo forma	58
31 pav. Antroji rėmo iš vienmačių baigtinių elementų visuotinio pastovumo praradimo forma.....	58

32 pav. Trečioji rėmo iš vienmačių baigtinių elementų visuotinio pastovumo praradimo forma.....	59
33 pav. Ketvirtoji rėmo iš vienmačių baigtinių elementų visuotinio pastovumo praradimo forma...	59
34 pav. Rėmo iš dvimačių baigtinių elementų skaičiuojamoji schema.....	60
35 pav. Diskretizuota rėmo skaičiuojamoji schema	60
36 pav. Vietinis rėmo sienutės klupimas	61
37 pav. Pakoreguoti sandėlio rėmo matmenys	62
38 pav. Pirmoji rėmo iš dvimačių baigtinių elementų vietinio pastovumo praradimo forma.....	62
39 pav. Antroji rėmo iš dvimačių baigtinių elementų vietinio pastovumo praradimo forma	63
40 pav. Trečioji rėmo iš dvimačių baigtinių elementų vietinio pastovumo praradimo forma	63
41 pav. Ketvirtoji rėmo iš dvimačių baigtinių elementų vietinio pastovumo praradimo forma	63
42 pav. Pastambintas sandėlio rėmo baigtinių elementų tinklas	64
43 pav. Sandėlio iš plieninių rėmų skaičiuojamoji schema.....	64
44 pav. Rėmo iš dvimačių baigtinių elementų vietinio pastovumo praradimo forma viso sandėlio skaičiuojamojoje schemoje	65

LENTELIŲ SARAŠAS

1 lentelė. Pastovaus skerspjūvio analizinis kritinės jėgos F_{cr} skaičiavimas, MN.....	34
2 lentelė. Pastoviojo skerspjūvio kolonų ir statramsčių skaičiuojamojo ilgio koeficientai.....	36
3 lentelė. Pastovaus ir kintamojo skerspjūvio analizinis kritinės jėgos F_{cr} skaičiavimas, MN.....	38
4 lentelė. Pastovaus skerspjūvio kritinės jėgos F_{cr} skaičiavimas STAAD programa, MN.....	38
5 lentelė. Kolonos iš 16 baigtinių elementų klupimo formų kritinės jėgos F_{cr} skirtingiems įtvirtinimams, MN.....	41
6 lentelė. Kolonos iš horizontaliai išdėstytų plokštelių elementų klupimo formų kritinės jėgos F_{cr} skirtingiems įtvirtinimams, MN.....	43
7 lentelė. Kolonos iš vertikalčiai išdėstytų plokštelių elementų klupimo formų kritinės jėgos F_{cr} skirtingiems įtvirtinimams, MN.....	47
8 lentelė. Kintamo skerspjūvio kolonos iš vertikalčiai išdėstytų plokštelių elementų klupimo formų kritinės jėgos F_{cr} skirtingiems įtvirtinimams, MN.....	50
9 lentelė. Apibendrinti pradinių tyrimų kritinių klupimo jėgų rezultatai, MN.....	50
10 lentelė. c_{e1} ir c_{e2} reikšmių nustatymas	55
11 lentelė. c_{e3} reikšmių nustatymas	55
12 lentelė. Rėmo iš strypinių baigtinių elementų klupimo koeficientų reikšmės skirtingoms klupimo formoms	58

13 lentelė. Rėmo iš dvimačių baigtinių elementų klupimo koeficientų reikšmės skirtingoms klupimo formoms	60
14 lentelė. Rėmo pakeitimai	61
15 lentelė. Pakoreguoto rėmo iš dvimačių baigtinių elementų klupimo koeficientų reikšmės skirtingoms klupimo formoms	62
16 lentelė. Sandėlio iš vienmačių ir dvimačių baigtinių elementų klupimo koeficientų reikšmės skirtingoms klupimo formoms	65
17 lentelė. Apibendrinti rėmo pastovumo tyrimų klupimo koeficientų rezultatai.....	66

TURINYS

IVADAS	12
I. LITERATŪROS APŽVALGA	14
1.1. Konstrukcinių elementų pastovumas	14
1.2. Pastovumo tyrimas analiziniais metodais	15
1.2.1. Pastovumo uždavinio sprendimas klasikiniu metodu.....	15
1.2.2. Analitinės pastovumo tyrimų metodikos taikymas.....	18
1.3. Pastovumo tyrimas skaitiniais metodais	21
1.3.1. Baigtinių elementų metodas.....	21
1.3.2. Pastovumo uždavinio sprendimas baigtinių elementų metodu.....	22
1.3.3. Skaitinės pastovumo tyrimų metodikos taikymas	26
II. PIRMINIAI TYRIMAI	31
2.1. Pirminių tyrimų sąlygos ir esmė	31
2.2. Kolonos pastovumo tyrimai	34
2.2.1. Kolonos pastovumo tyrimas analiziniu metodu	34
2.2.2. Kolonos pastovumo tyrimas pagal projektavimo normas	34
2.2.3. Konolos pastovumo tyrimas vienmačiais baigtiniais elementais	38
2.2.4. Kolonos pastovumo tyrimas dvimačiais baigtiniais elementais	41
2.3. Rezultatų gretinimas ir tarpinės išvados	50
III. UOSTO SANDĖLIO PASTOVUMO TYRIMAS	52
3.1. Uždavinio prielaidos. Apkrovos	52
3.2. Rėmo pastovumo tyrimas vienmačiais baigtiniais elementais	57
3.3. Rėmo pastovumo tyrimas dvimačiais baigtiniais elementais	59
3.4. Uosto sandėlio pastovumo tyrimas baigtiniais elementais	64
3.5. Rezultatų apibendrinimas.....	66
IŠVADOS IR REKOMENDACIJOS	67
LITERATŪRA.....	68
PRIEDAI	

IVADAS

Viena populiariausių bei ekonomiškiausių statybos medžiagų reikšmingo tarpatramio statiniams yra plienas. Plienines plonasienes konstrukcijas statytojas pasirenka dėl statybos laikotarpio trumpumo, mažesnių statybinių darbų apimčių, sparčiai ir paprastai surenkamų konstrukcijų. Plieninės konstrukcijos turi didelę architektūrinę laisvę, įmantrioms formoms sukurti nereikalaujama daug pastangų. Be plieno yra naudojamas aliuminis, bet ši medžiaga yra brangesnė ir jos mechaninės savybės nėra tokios geros, kaip plieno.

Plieninių plonasienių konstrukcijų teigiama savybė taip pat yra projektavimo paprastumas. Remiantis jau nuo seno iš esmės nesikeičiančia klasikine teorija, galima gan paprastai suprojektuoti nesudėtingą plieninę konstrukciją iš vientiso skerspjūvio elementų (Timoshenko, 1961; Čižas, 1993). Tačiau kol kas to dar negalima sakyti apie kintančių skerspjūvių ir formų konstrukcijų elementų projektavimą.

Tobulėjant automatizuoto skaičiavimo kompiuterinei įrangai, galingėjant kompiuteriams, vis aiškiau matant įtempių pasiskirstymą elementuose, verta susimąstyti apie kintamojo skerspjūvio elementų projektavimą. Pritaikius minėtus konstrukcinius elementus rėmuose, būtų geriau išnaudojama medžiaga ir taupomos sąnaudos, užtikrinant sprendinių ekonomiškumą ir šviesesnę ateitį ateinančioms kartoms.

Pirmame skyriuje aprašomi analiziniai ir skaitiniai pastovumo tyrimo metodai, jų prielaidos ir pastovumo uždavinio sprendimo principai. Apžvelgiami nauji tyrimų metodai, siūlomi mokslo bendruomenės.

Antrame skyriuje atliekami paruošiamieji plonasienės kolonos pastovumo tyrimai, siekiant nustatyti skirtumus tarp įvairių tyrimo metodų ir sudaryti sąlygas tolimesniems tyrimams.

Trečiame skyriuje atliekamas uosto sandėlio rėmo pastovumo tyrimas. Pasitelkus ankstesnio tyrimo išvadas, projektuojamas rėmas, atitinkantis lietuviškas projektavimo normas. Galiausiai skyrius užbaigiamas viso uosto sandėlio bendrojo pastovumo skaičiavimu.

Problemos formulavimas

Suprojektuoti uosto sandėlio rėmą, kuris atitiktų lietuviškose projektavimo normose keliamus pastovumo reikalavimus.

Darbo aktualumas

Sparčiai vystantis aukštosioms technologijoms, atsiranda galimybė palyginus nesunkiai suprojektuoti ir kokybiškai pagaminti įvairių formų plieninius plonasienius konstrukcinius elementus. Atsižvelgiant į skirtingose elemento dalyse pasiskirsčiusius įtempimus, ir pagal tai

parenkant elemento geometriją, galima sukurti optimalią konstrukciją, panaudojant mažiausią reikiamą medžiagos kiekį.

Tyrimų objektas

Darbo tyrimų objektas – plieninio plonasienio kintamojo skerspjūvio aukščio uosto sandėlio rėmo pastovumas.

Darbo tikslas

Pagrindinis šio darbo tikslas – pritaikyti baigtinių elementų metodą kintamojo skerspjūvio plonasienių plieninių konstrukcijų pastovumui skaičiuoti ir suprojektuoti uosto sandėlio plieninio kintamojo skerspjūvio rėmo konstrukciją.

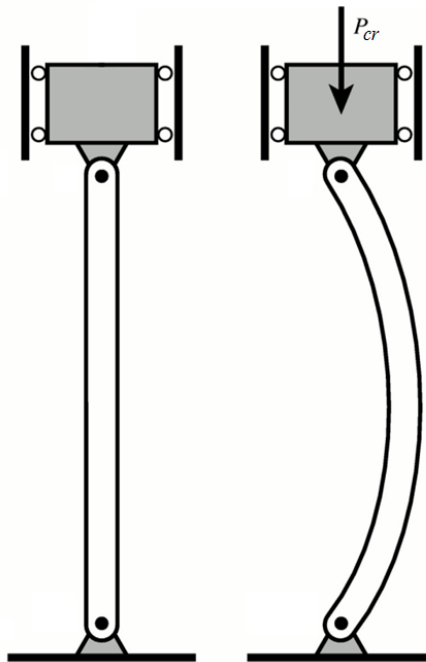
Darbo uždaviniai

1. Apžvelgti analizinius ir skaitinius pastovumo tyrimo metodus.
2. Atliekant tyrimus palyginti analizinius metodus su skaitiniais, panagrinėti pastovumą pagal projektavimo normas.
3. Suprojektuoti uosto sandėlio rėmą, kuris atitiktų lietuviškas projektavimo normas.
4. Suprojektuoti visą sandėlį ir patikrinti bendrąjį pastovumą.
5. Remiantis baigiamuoju darbu parengti straipsnį ir pristatyti jį Kauno technologijos universiteto rengiamoje konferencijoje „Mechanika 2017“.

I. LITERATŪROS APŽVALGA

1.1. Konstrukcinių elementų pastovumas

Moksle, konstrukcinio elemento pastovumo praradimas, kitaip dar vadinamas klupimu, yra matematinis nestabilumas, po kurio seka suirimas. Klupimas įvyksta, kai konstrukcinis elementas yra veikiamas gniuždimo įtempių. Klupimą galima apibūdinti kaip staigų šoninių išlinkių atsiradimą, kurie gali pasireikšti net kai elemente veikiantys įtempiai yra žymiai mažesni, nei būdingi medžiagos, iš kurios pagamintas elementas, atsparumui. Kai elemente pridėta jėga yra didinama, galiausiai ji pasiekia kritinę reikšmę ir elementas suklumpa. Tolimesnis elemento apkrovimas sukels iš dalies nenuspėjamas deformacijas, kas privers elementą galutinai prarasti savo laikančiąją galią. Jei elementas yra tik dalis didesnės konstrukcijos visumos, tai jam suklupus įtempiai persiskirstys aplink esantiems elementams ir blogiausiu atveju suirs visas statinys.



1 pav. Kolonos klupimas

Bendrai statinių suirimas skirstomas į dvi kategorijas: medžiagos suirimo ir konstrukcinio pastovumo praradimo. Pirmojo tipo suirimą galima nuspėti išanalizavus konstrukcijos pusiausvyros sąlygas ar judesio lygtis, kurios sudarytos pradinei, nedeformuotai konstrukcijai. Kitaip, nei pirmojo tipo suirimui, pastovumo praradimui nuspėti, pusiausvyros ar judesio lygtis sudaryti privaloma esant jau deformuotai konstrukcijai (Bažant, Cedolin, 2003). Pastovumo praradimas pasireiškia gniuždomuose konstrukcijų elementuose, kurių skerspjūvio matmenų ir ašinės jėgos veikimo krypties matmens santykis yra mažas. Kitaip tariant, klupimas pasireiškia liaunuose elementuose. Jėga, kuriai veikiant elementas praranda pastovumą vadinama kritine jėga (Čižas, 1993).

1.2. Pastovumo tyrimas analiziniais metodais

1.2.1. Pastovumo uždavinio sprendimas klasikiniu metodu

Santykis tarp strypo skaičiuojamojo ilgio ir mažiausiojo skerspjūvio inercijos spindulio yra vadinamas elemento liauniu.

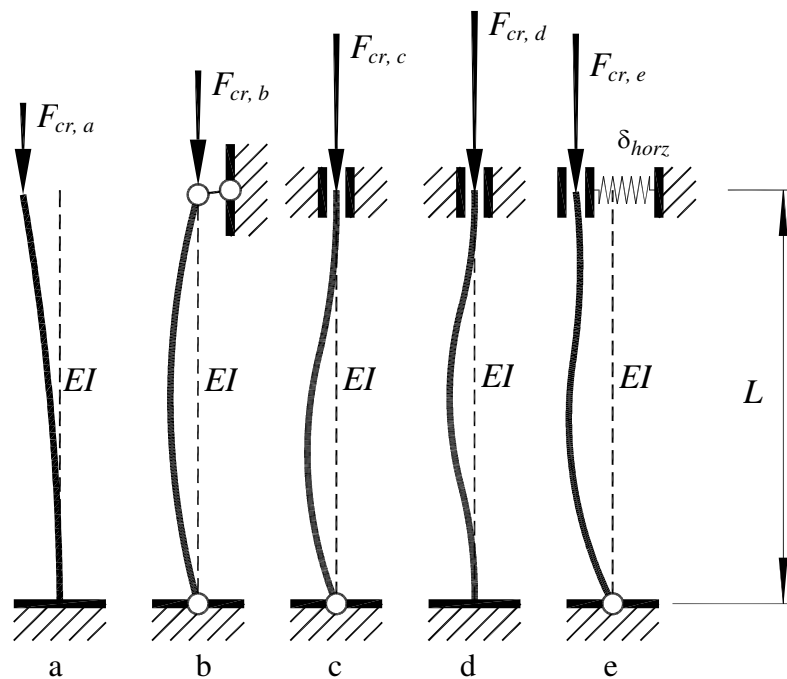
$$\lambda = \frac{L_{eff}}{i} = \frac{\mu L}{i}, \quad (1)$$

čia λ – elemento liaunis;

i – elemento skerspjūvio inercijos spindulys;

L – elemento ilgis;

μ – elemento įtvirtinimo sąlygų koeficientas.



2 pav. Strypo įtvirtinimo sąlygų koeficientai skaičiuojamajam ilgiui nustatyti: a – $L_{eff} = 2,0 \cdot L$;
b – $L_{eff} = 1,0 \cdot L$; c – $L_{eff} = 0,7 \cdot L$; d – $L_{eff} = 0,5 \cdot L$; e – $L_{eff} = \mu \cdot L$

Trumpas strypas, veikiamas gniuždomosios ašinės jėgos, suirs dėl laikančiosios galios nepakankamumo, bet tokių pat charakteristikų ilgas strypas, apkrautas taip pat, kaip ir trumpasis, suirs klupdamas dar prieš pasiekiant laikančiosios galios ribą. Toks klausimas pirmą kartą buvo nagrinėtas 1757 metais šveicarų mokslininko Leonardo Oilerio (Euler, 1757). Mokslininkas išvedė formulę, vadinamąją Oilerio formulę, pagal kurią galima apskaičiuoti maksimalią ašinę jėgą, kurią prieš suklupdamas gali atlaikyti ilgas, liaunas, idealus strypas. Idealus strypas yra tiesus, sudarytas iš viealytės medžiagos, neveikiamas jokių įtempių prieš jį apkraunant. Kai pridėtoji strypo ašinė

jėga pasiekia kritinę Oilerio jėgą, strypas atsiduria nestabilios pusiausvyros būsenoje. Prie tokioje būsenoje esančio strypo pridėjus bent menkiausią šoninę jėgą, arba truputį padidinus ašinę jėgą, strypo būsena pasikeičia ir jis praranda pastovumą. Oilerio formulė ilgiems, liauniems strypams:

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI_{\min}}{(\mu L_{eff})^2}, \quad (2)$$

čia F_{cr} – kritinė jėga;

E – medžiagos tamprumo modulis;

L_{eff} – elemento skaičiuojamasis ilgis;

I_{\min} – elemento skerspjūvio inercijos momentas apie silpnąją ašį;

μ – elemento įtvirtinimo sąlygų koeficientas.

Išnagrinėjus šią formulę paaiškėja keli įdomūs faktai apie liauno strypo laikančiąją galią:

1. Medžiagos tamprumas, o ne gniuždomasis stipris nustato strypo kritinę klupimo jėgą.
2. Kritinė klupimo jėga yra tiesiogiai proporcinga skerspjūvio inercijos momentui.
3. Įtvirtinimo sąlygos turi didelę įtaką liauno strypo kritinei jėgai. Įtvirtinimai įtakoja strypo išlinkimo formą ir atstumą tarp išlinkimo taškų ant deformuoto strypo kreivės. Išlinkimo taškai – tai taškai, kuriuose strypo išlinkis pakeičia kryptį ir kuriuose strypo lenkimo momentai yra lygus nuliui. Kuo arčiau išlinkimo taškai yra vienas kito, tuo didesnė strypo kritinė jėga.

Iš čia matyti, kad norint padidinti strypo pastovumą, reikia keisti medžiagą, iš kurios pagamintas strypas, taip padidinant jos tamprumo modulį (E), arba keisti strypo skerspjūvį, taip padidinant jo inercijos momentą (I). Inercijos momentą galima didinti išdėstant medžiagą kaip galima toliau nuo strypo ašies. Bendruoju atveju, pats optimaliausias skerspjūvis yra vamzdinis. Kitas pastebėjimas yra strypo ilgio įtaka kritinei jėgai. Padvigubinus skaičiuojamąjį ilgį, kritinė jėga sumažėja keturis kartus. Įtvirtinimai taip pat žymiai įtakoja strypo kupumą. Jeigu įtvirtinimai yra visiškai standūs, tai strypo kritinė jėga bus keturis kartus didesnė, negu identiško strypo su šarnyriniais įtvirtinimais.

Kadangi inercijos spindulys yra išreiškiamas kaip kvadratinė strypo inercijos momento ir skerspjūvio ploto santykio šaknis, tai Oilerio formulė gali būti išreiškiamą per inercijos spindulį:

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{L_{eff}}{i}\right)^2}, \quad (3)$$

čia $\sigma = F / A$ – įtempis, kuris sukelia klupimą strypė;

$\frac{L_{eff}}{i}$ – elemento liaunis.

Kadangi konstrukcijose naudojami strypai ir kolonos yra vidutinio ilgio, tai Oilerio formulės pateikti rezultatai nėra didelio tikslumo. Veiksniai, kurie nutolina Oilerio kritinės jėgos rezultatą nuo realaus, susideda iš skerspjūvio geometrijos netobulumo, medžiagos nevientisumo, nelinijinių (plastinių) deformacijų atsiradimo. Dėl šių nenuspėjamų veiksnių, buvo atlikta keletas Oilerio formulės patobulinimų, įvesti atsargos koeficientai. Viena iš tokių formulių yra Perio-Robertsono formulė (Ryal, Parke, Harding, 2000), kuri leidžia apytiksliai nustatyti kritinę elemento jėgą, atsižvelgiant į ašinės jėgos ekscentricitetą.

$$\sigma_m = \frac{1}{2} \left(f_y + \sigma_e \left(1 + \frac{\omega_{o,1} \cdot c}{i^2} \right) - \sqrt{\left(f_y + \sigma_e \left(1 + \frac{\omega_{o,1} \cdot c}{i^2} \right) \right)^2 - 4 f_y \sigma_e} \right), \quad (4)$$

čia σ_m – vidutinis išilginis įtempis strypo skerspjūvyje;

f_y – medžiagos takumo riba;

σ_e – vidutinis tempimo įtempis skerspjūvyje, kuris atitinka Oilerio kritinę jėgą;

$\omega_{o,1}$ – pradinių skerspjūvio netobulumų amplitudė;

c – atstumas nuo skerspjūvio masės centro iki labiausiai įtempto ruožo skerspjūvyje.

Rankinės-Gordono formulė (Ross, Case, Chilver, 1999) yra paremta eksperimentiniais tyrimais ir teigia, kad tiriamas elementas suklops, kai jėga pasieks kritinę jėgą F_{max} , kuri apskaičiuojama pagal formulę:

$$\frac{1}{F_{max}} = \frac{1}{F_e} + \frac{1}{F_c}, \quad (5)$$

čia F_e – kritinė jėga, gauta iš Oilerio formulės;

F_c – didžiausia gniuždymo jėga skerspjūvyje.

Rankinės-Gordono formulė dažniausiai pateikia labai konservatyvią ir apytikslę kritinės jėgos reikšmę. Bendruoju atveju skirtumas tarp Oilerio ir kitais metodais paskaičiuotų kritinių jėgų nėra didelis, tad, įvedus atsargos koeficientą, saugu naudoti Oilerio kritinės jėgos formulę.

1.2.2. Analizinės pastovumo tyrimų metodikos taikymas

Mokslinėje literatūroje siūloma įvairių analizinių metodų pritaikymo galimybių tam tikros krypties pastovumo uždaviniams spręsti. Straipsnio (Serna, Lopez, Puente, Yong, 2006) autoriai pastebėjo, kad remiantis moderniais standartais ir lyginant su literatūroje pateiktais rezultatais, gaunami labai konservatyvūs pastovumo rezultatai esant įprastiems įtvirinimams, ir nekonservatyvūs rezultatai, apribojus tiriamo elemento šoninį lenkimą ir sukimąsi. Straipsnyje nagrinėjamas ekvivalentinis išskirstyto momento koeficientas, kuris skirtas elastiniam kritiniam momentui skaičiuoti. Straipsnyje siūlomos ir pateikiamos naujos ekvivalentinio išskirstyto momento koeficiento reikšmės, gautos baigtinių elementų metodu. Ypatingas dėmesys straipsnyje skiriamas atvejams, kur atramose apribotas šoninis lenkimas ir sukimasis. Straipsnyje siūlomas patobulinimas britų ir amerikiečių standartuose ir pateikiama metodika ekvivalentinio išskirstyto momento koeficiento skaičiavimui betkokioms įtvirtinimo sąlygoms.

(Marques, da Silva, Greiner, Rebelo, Taras, 2013) taip pat pastebėjo tam tikrų trūkumų projektavimo normoje ir tiria Eurocode 3 aprašytą pastovumo užtikrinimo strypuose skaičiavimo tvarką. Pasigedus kintamojo skerspjūvio konstrukcinių elementų pastovumo skaičiavimo būdų, autoriai siūlo naują metodiką. Sukuriamas antrojo lygmens analizinis modelis, paremtas Ayrton-Perry metodika, tinkantis kintamojo skerspjūvio strypams, veikiamiems išskirstyto lenkiamojo momento. Atliekama keletas supaprastinimų, kad sukurti kuo paprastesnį, bet veiksmingą modelį, siekiant nustatyti kintamojo skerspjūvio sijų pastovumo sąlygą nuo išskirstytų tiesinių bei parabolinių lenkimo momentų. Atlikta daugiau nei trys tūkstančiai skaitinių simuliacijų metodo kalibravimui ir rezultatų apdorojimui. Metodikoje atsižvelgiama į skersinių jėgų atsiradimą dėl sijų gamyklinių virinimo klaidų. Pateikto metodo rezultatai atitinka kitų metodų kintamojo skerspjūvio pastovumui nustatyti rezultatus.

(Andrade, Camotim, Providencia e Costa, 2007) pateiktame straipsnyje nagrinėjamas vadinamasis trijų koeficientų metodas, skirtas nustatyti elastinį kritinį momentą plieninėse sijose, šoninio sukamojo klupimo metu. Šis darbas aprašo metodo pritaikomumą dvitėjų sijų gembėse su lygiomis ar nelygiomis flanžomis, su pilnu sukimo įtvirtinimu ar be jo, veikiamoms tolygiai išskirstytų ar koncentruotų jėgų, pridėtų arba kirpimo centre, arba vienoje iš flanžų. Straipsnyje taip pat apžvelgiama elastinio šoninio sukamojo klupimo teorija, aprašyti žingsniai, kuriais eita, norint išspręsti klupimo uždavinį, skaitinis pavyzdys su skaičiavimo metodika, paremta Ritz metodu, ir rezultatais ir jų panaudojimu nustatant tris koeficientus, kurie naudojami anksčiau minėtoje metodikoje.

Straipsnyje (Rajasekaran, Shahba, 2011) diferencialinių transformacijų metodu nagrinėjami Oilerio–Bernulio sijos laisvieji svyravimai. Apskaičiuojami tam tikrų skerspjūvių ir matmenų sijų

savieji svyravimų dažniai diferencialinių transformacijų metodu. Pastebėjus, kad šio metodo rezultatai nekonverguoja su tenkinamais rezultatais, taikomas naujas diferencialinių elementų transformacijų metodas. Šiuo metodu apskaičiuojama diferencialinė lygtis ir konvergencija pasitvirtina. Rezultatai parodo diferencialinių transformacijų metodo tikslumą ir platų pritaikomumą skaičiuojant laisvųjų svyravimų pastovumą ir kritinę klupimo jėgą.

(Abdelghany, Ewis, Mahmoud, Nassar, 2015) taip pat taiko diferencialinių transformacijų metodą Euler-Bernoulli strypo laisviesiems svyravimams analizuoti. Strypas turi kintamą apvalų skerspjūvį. Savųjų svyravimų dažniai ir atitinkamos svyravimų formos apskaičiuojami trims kraštinių sąlygų ir skerspjūvių atvejams. Strypo diferencialinės lygtys sprendžiamos naudojant diferencialinių transformacijų metodą. Palyginimas su kitais būdais gautais rezultatais įrodo šio metodo tinkamumą.

Straipsnyje (Benyamina, Meftah, Mohri, Daya, 2013) nagrinėjamas dvi simetrijos ašis turinčio kintamojo skerspjūvio strypo pastovumas nuo sukamojo poveikio. Šiam tikslui sukuriamas netiesinis modelis, remiantis naujai pasiūlytu kinematikos metodu. Surašomos lygčių nelygybės tamprumui ir pritaikomas Ritz metodas, kad gauti algebrines pusiausvyros lygtis. Šiame etape pasiūloma analizinė kintamojo skerspjūvio strypo pastovumo kritinės jėgos matematinė išraiška, atsižvelgiant į skerspjūvio nepastovumą. Pasiūlyta išraiška yra paprasta ir teikia tikslius rezultatus, gretinant su baigtinių elementų metodu. Straipsnyje pateikti keli skaitiniai pavyzdžiai.

(Trahair, 2014) tiria projektavimo literatūroje dažniausiai pateikiamą analizinį būdą, skirtą skaičiuoti kintamojo skerspjūvio elementams, pritaikant perėjimo koeficientus, kurie leidžia kintamojo skerspjūvio elementą supaprastinti iki vientiso skerspjūvio. Šie baigtinių elementų metodu apskaičiuoti koeficientai projektavimo normose pateikiami iš anksto. Sujungtas arba vientisas strypas yra nemažai paveikiamas priklausomai nuo to, kurioje pozicijoje jis yra sujungtas ar atremtas. Vienas segmentas gali būti veikiamas klupimo daugiau, nei greta esantys, kurie perims dalį apkrovų ir padidins kritinio segmento atsparumą klupti. Straipsnyje pateikiama metodika, kuri padeda rasti kritinį strypo segmentą ir apskaičiuoti padidintą atsparumą. Metodo tikslumas įrodomas, lyginant rezultatus su baigtinių elementų metodu gautais rezultatais.

(Mohri, Azrar, Potier-Ferry, 2001), norėdami iširti plonasienio strypo būseną jau praradus pastovumą, veikiant gniuždymo jėgoms sudaro netiesinį modelį, naudojant netiesinius ryšius tarp lenkiamųjų momentų, pasireiškiančių pastovumo praradimo metu. Į susukimo ir sutrumpėjimo poveikius yra atsižvelgta sukimo pusiausvyros lygtyje. Remiantis Galerkin metodu, gaunama netiesinė algebrinė sistema paprastai atremtoms kraštinėms sąlygoms. Newton–Raphson algoritmas panaudojamas trims naujai sudarytoms lygtims spręsti. Galiausiai nustatomos pastovumo praradimo kreivės.

Straipsnyje (Asgarian, Soltani, Mohri, 2012) nagrinėjamas kintamojo skerspjūvio strypų klupumas, paremtas skaitiniu modeliu. Gaunama potencinė energija tamriai medžiagos būsenai ir jėgoms. Iš stacionarios būsenos gaunama sukamųjų lygčių pusiausvyra. Esant kintamajam skerspjūviui, standumo koeficientai nėra konstantos. Sprendžiamos ketvirtojo lygio diferencialinės kintamojo skerspjūvio sijos su kintamais geometriniais rodikliais lygtys. Klupimo jėgos randamos iš gautos algebrinių lygčių sistemos. Pateikiama keletas skaitinių pavyzdžių, kurie vėliau lyginami su baigtinių elementų metodu gautais rezultatais, taip įrodant, kad metodas yra tinkamas.

(Gokhan, 2012) nagrinėja kintamojo skerspjūvio strypą, veikiamą lenkiamųjų vibracijų už sukimo plokštumos su periodiškai kintamu greičiu. Galerkin metodu diskretizuojama daline diferencialinė strypo lygtis ir gaunamos kelios įprastos diferencialinės Mathieu-Hill tipo lygtys su periodiniais koeficientais. Šios parametriškai sužadintos sistemos dinaminis pastovumas nustatomas matricų metodu, išanalizuojama kintamojo skerspjūvio kitimo koeficiento įtaka pastovumui ir visi rezultatai pateikiami lentelių forma.

Straipsnyje (Andreev, Tsybin, 2015) nagrinėjamas gniuždomo strypo pastovumo uždavinys. Parenkamas stačiakampio skerspjūvio su kintamu pločiu strypas, kuriam užrašoma ketvirtojo lygmens diferencialinė lygčių sistema su kintamais koeficientais. Iš lygčių sistemos gaunama kritinės jėgos reikšmė keliems atvejams, kurie atspindi skirtingas strypo įtvirtinimų ir skerspjūvio kitimo sąlygas.

(Lei, Geng Shu, 2008) straipsnyje pristato naują metodiką, skirtą dvitėjo profilio plonasienių strypų šoniniam klupumui skaičiuoti. Pirmiausiai atliekama linijinė analizė, atsižvelgiant į skerspjūvio netolygumą, randamas pilnas skerspjūvio klupimo potencialas, remiantis klasikiniu variaciniu principu. Gautos šoninio klupumo kritinės jėgos lyginamos su baigtinių elementų metodu gautomis kritinėmis jėgomis ir tipiniais analiziniais metodais, rastais literatūroje. Pateikiamas skaitinis pavyzdys, rezultatai.

Disertacijoje (Šapalas V., 2000) nagrinėjamos vienanavių rėmų trapecinės plonasienės plieninės kolonos, veikiant ašinei gniuždomai jėgai ir lenkimo momentui. Darbe yra pateikti eksperimentiniai tyrimų duomenys apie vienanavių rėmų trapecinių plieninių kolonų atsparumą bei deformacines savybes. Teorinėje darbo dalyje nagrinėti apkrautos kintamojo skerspjūvio plieninės kolonos laikysenos ypatumai, pateikti tokių konstrukcijų pastovumo skaičiavimo principai. Pateikti konstrukcijų pastovumo skaičiavimo būdai pagal pasiūlytąjį algoritmą ir gauti rezultatai sugretinti su eksperimentiniais duomenimis. Disertacijoje naudojami analiziniai tyrimų metodai, įgalinantys įvertinti kolonų trapeciškumo įtaką gniuždomajam ir sukamajam-lenkiamajam pastovumui.

1.3. Pastovumo tyrimas skaitiniais metodais

1.3.1. Baigtinių elementų metodas

XXI a. pradžioje, sparčiai vystantis kompiuterinei technikai ir programinei įrangai, ima kisti požiūris į statinių konstrukcijų inžinerinius skaičiavimus, norisi išnaudoti mašinų galią ir automatizuoti skaičiavimą. W. Ritz paskelbė naują metodą apytiksliams deformuojamo kūno skaičiavimams atlikti (Ritz, 1909). Metodas buvo sudarytas iš apytikslio energijos funkcionalo prastinimo žinomomis funkcijomis su nežinomais koeficientais. Funkcijos prastinimas, atsižvelgiant į kiekvieną nežinomąjį, privedė prie lygčių sistemos, iš kurių buvo galima nustatyti nežinomus koeficientus. Vienas iš pagrindinių Ritz metodo apribojimų yra tas, kad uždavinyje naudojamos funkcijos turi tenkinti uždavinio kraštines sąlygas.

1943 m. Courant (Courant, 1943) pastebimai padidino Ritz metodo galimybes įvesdamas tiesines funkcijas, sudarytas apie trikampių regionus, ir pritaikydamas šį metodą sukimo uždaviniams spręsti. Nežinimaisiais buvo parinktos funkcijų reikšmės trikampių regionų kampuose. Šitaip buvo panaikintas Ritz metodo kraštinių uždavinio sąlygų trūkumas. Courant metodas turi daug panašumų į baigtinių elementų metodą, sukurtą (Clough, 1960). Clough buvo pirmasis literatūroje panaudojęs žodį „baigtinis elementas“. Svariausia baigtinių elementų metodo paplitimo priežastis buvo kompiuterių panaudojimas didelės apimties skaičiavimams atlikti, nors metodo vystymosi pradžioje tokios galimybės nebuvo.

Pirmoji baigtinių elementų knyga buvo išleista 1967 m. (Cheung, Zienkiewicz, 1967). Knygoje aprašomas baigtinių elementų metodo taikymas įvairiose srityse. Nors šis metodas buvo ir anksčiau plačiai taikomas mechanikos srityje, knygoje aprašomas panaudojimas kitose įvairiose inžinerijos srityse kaip šilumos laidumas, skysčių dinamika, magnetiniai ir elektromagnetiniai laukai ir kt.

Šiandien baigtinių elementų metodas yra labiausiai paplitęs ir išstobulintas kompleksinių problemų įvairiose inžinerijos šakose sprendimo ir skaičiavimų būdas kompiuterio pagalba. Baigtinių elementų metodas gali būti naudojamas kaip tinkamas įrankis nustatant apytiksles diferencialinių lygčių, aprašančių įvairius fizikinius reiškinius, reikšmes.

1.3.2. Pastovumo uždavinio sprendimas baigtinių elementų metodu

Baigtinių elementų metodas yra skaitinis metodas, leidžiantis rasti apytikslius diferencialinių lygčių dalinėmis išvestinėmis ar integralinių lygčių sprendinius. Metodo esmė: sritis, kurioje ieškomas sprendinys, suskaidoma į dalis (baigtinius elementus). Daroma prielaida, kad kiekviename baigtiniame elemente nagrinėjamas nežinomas kinta nesudėtingu dėsnio ir diferencialinė lygtis pakeičiama į algebrinių lygčių sistemą. Sujungus visų elementų lygčių sistemas gaunama bendroji lygčių sistema, kurią išsprendus turime atsakymą. Baigtinių elementų metodo sėkmė paremta elementariomis ir paprastomis šio metodo procedūromis: uždavinio formulavimu variacine forma, šio formulavimo diskretizavimo baigtiniais elementais ir sudarytų baigtinių elementų lygčių sprendimu. Šiuos paprastus žingsnius galima taikyti bet kokiam uždaviniui spręsti. Baigtinių elementų metodas yra racionalaus ir patikimas konstrukcijų skaičiavimo būdas.

Paprasčiausias baigtinis elementas, kuriuo galima sėkmingai sudaryti skaičiuojamąją schemą ir išspręsti uždavinį, yra strypinis. Strypu vadinamas kūnas, kurio matmenys dviem erdvės kryptimis yra mažesni, gretinant su trečiuoju matmenimi. Didžiausias matmuo vadinamas strypo ilgiu, kai kiti du apibūdina strypo skerspjūvį. Strypams skaičiuoti sukurta įvairaus sudėtingumo teorijų. Be klasikinių teorijų ir modelių dar yra sijų aukštesnės eilės teorijos, pagal kurias vienaip ar kitaip nustatomas skerspjūvio deformavimasis. Savitą strypų kategoriją sudaro plonasieniai strypai. Svarbiausias plonasienio strypo bruožas yra jo matmenų santykis, nes sienutės storis pastebimai (daugiau, kaip 10 kartų) mažesnis už kitus skerspjūvio matmenis.

Plonasienių strypų teorija sudaryta klasikinio Bernulio ir Oilerio strypo modelio pagrindu, papildžius jį deplanacijos aprašymu. Strypo deplanacijai tinka tokia esminė prielaida: esant deplanacijai skerspjūvio kontūras nesideformuoja, jis gali tik pasislinkti dviem skerspjūvio kryptimis ir pasisukti apie skerspjūvio sukimo centrą.

Plonasienis skerspjūvis sukamas dviejų sukamųjų momentų: įprastojo sukamojo momento T_s ir deplanacijos sukamojo momento T_w :

$$T = T_s + T_w \quad (6)$$

Dėl deplanacijos atsirandančių pusiausvyrų momentų negalima nustatyti iš pusiausvyros lygčių. Deplanacijos jėgas apibūdina nauja įtempimų atstojamoji, vadinama bimomentu:

$$B(x) = \int_A \sigma_x(x, y, z) W_\gamma(y, z) dA, \quad (7)$$

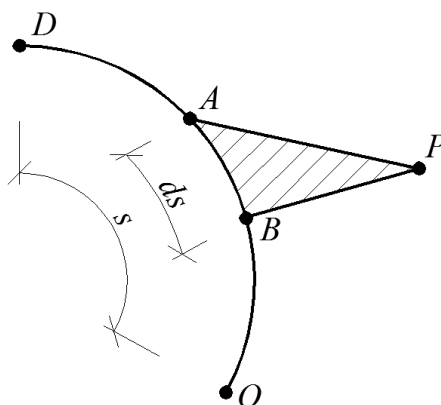
čia W_γ – deplanacijos funkcija, kuri plinasienių strypų atveju sutapatinama su sektoriniu plotu $\omega(s)$:

$$W_\gamma(y, z) = \omega(s). \quad (8)$$

Sektorinis plotas nustatomas formule:

$$\omega(s) = \int_0^A r \cdot ds. \quad (9)$$

Sektorinis plotas yra funkcija, kurios argumentas yra kontūro koordinatės. Funkcija priklauso nuo poliaus P ir integravimo pradžios taško D padėčių. Sektorinis plotas – tai spindulio-vektoriaus PA apibrėžiamas plotas, gaunamas taškui A judant lanku s .



3 pav. Sektorinio ploto iliustracija

Plonasienio skerspjūvio normaliniai įtempiai skaičiuojami įprastą įtempių išraišką papildant nauju išreikštu nariu bimomentu:

$$\sigma_{xy}(y, z) = \frac{N}{A} + \frac{M_y}{I_y} z + \frac{M_z}{I_z} y + \frac{B}{I_\omega} \omega(y, z), \quad (10)$$

čia y, z – nagrinėjamo taško D koordinatės;

I_ω – sektorinis inercijos momentas, kuris nustatomas pagal formulę:

$$I_\omega = \int_A \omega^2 dA. \quad (11)$$

Atvirojo kontūro plonasienį skerspjūvį veikia trys nelygūs nuliui įtempiai σ_{xy} , τ_{xy} ir τ_{xz} . Bendroju atveju strypo būvį aprašo įrašos N , V_y , V_z , T , M_y , M_z ir B . Lenkiamieji momentai M_y ir M_z pridedami lenkimo centre C . Prie šio taško pridedama ir ašinė jėga N . Šlyties įtempių atstojamosios V_y ir V_z , o taip pat sukamasis momentas T ir bimomentas B pridedami prie sukimo (šlyties) centro S .

Įrašų vektorius:

$$\{Q(x)\} = \{N(x), T(x), M_y(x), M_z(x), B(x)\}^T. \quad (12)$$

sudarytas iš penkių narių:

$$N(x) = \int_A \sigma_{xx}(x, y, z) dA; \quad (13)$$

$$T(x) = \int_A (-\tau_{xy}(x, y, z)(z - z_T) + \tau_{xz}(x, y, z)(y - y_T)) dA; \quad (14)$$

$$M_y(x) = \int_A \sigma_{xx}(x, y, z) \cdot z dA; \quad (15)$$

$$M_z(x) = \int_A \sigma_{xx}(x, y, z) \cdot y dA; \quad (16)$$

$$B(x) = \int_A \sigma_{xx}(x, y, z) \cdot \omega(x, y) dA. \quad (17)$$

Analogiškai išreiškiami skerspjūvio taško poslinkiai:

$$u(x, y, z) = u_C(x) + z \cdot \phi_{yS}(x) - y \cdot \phi_{zS}(x) + \omega(y, z) \frac{\delta \phi_{xS}(x)}{\delta x}; \quad (18)$$

$$v(x, y, z) = v_S(x) - (z - z_S) \phi_{xS}(x); \quad (19)$$

$$w(x, y, z) = w_S(x) - (y - y_S) \phi_{xS}(x). \quad (20)$$

Penkios strypo deformacijos, dualios įrašoms, sudaro deformacijų vektorių:

$$\{\theta(x)\} = \{\Delta_x(x), \vartheta_x(x), \kappa_y(x), \kappa_z(x), \theta_B(x)\}^T, \quad (21)$$

čia θ_B – bimomentui duali deformacija:

$$\theta_B = \delta^2 \phi_x / \delta x^2. \quad (22)$$

Plonasieniams strypams modeliuoti sudaromas tiesiosios ašies baigtinis elementas, turintis du galinius mazgus i ir j . Be įprastų šešių laisvumo laipsnių, deplanacija nusakoma papildomu

laisvės laipsniu – strypo ašies sąsūkiu θ_B , taigi plonasienio strypo baigtiniai elementai turi 14 laisvės laipsnių.

Elementų mazgų poslinkiai sudaro vektorių:

$$\{U^e\} = \left\{ \begin{array}{l} \{U_i^e\} \\ \{U_j^e\} \end{array} \right\}, \quad (23)$$

kuriame:

$$\{U_{i,j}^e\} = \{u_i, v_i, w_i, \phi_{xi}, \phi_{yi}, \phi_{zi}, \theta_{Bi}\}^T, \quad (24)$$

$$\{U_j^e\} = \{u_j, v_j, w_j, \phi_{xj}, \phi_{yj}, \phi_{zj}, \theta_{Bj}\}^T. \quad (25)$$

Analogišką struktūrą galima priskirti ir elemento mazgų apkrovų vektoriui:

$$\{F^e\} = \left\{ \begin{array}{l} \{F_i^e\} \\ \{F_j^e\} \end{array} \right\}, \quad (26)$$

kuriame:

$$\{F_i^e\} = \{F_{xi}, F_{yi}, F_{zi}, F_{Mxi}, F_{Myi}, F_{Mzi}, B_i\}^T, \quad (27)$$

$$\{F_j^e\} = \{F_{xj}, F_{yj}, F_{zj}, F_{Mxj}, F_{Myj}, F_{Mzj}, B_j\}^T. \quad (28)$$

Plonasienio strypo baigtinis elementas sudaromas taikant Lagrange (Belytschko, Liu, Moran, 2000) variacinį principą ir standumo matrica išreiškiama taip:

$$[K^e] = \int_L [B^e(x)]^T [D_S] [B^e(x)] dl, \quad (29)$$

čia $[D_S]$ – fizinė konstantų matrica, gaunama sudarant fizikines lygtis;

$[B^e]$ – kinematinės darnos matrica, kuri nusako baigtinio elemento poslinkių suderinimą.

Baigiamąją standumo matricos išraišką patogiau pateikti tokia tvarka, kokia dėstomi laisvumo laipsniai, kaip ir esant klasikiniam strypo elementui:

$$\left[K^e \right] = \begin{bmatrix} \left[K_{ii}^e \right] & \left[K_{ij}^e \right] \\ \left[K_{ji}^e \right] & \left[K_{jj}^e \right] \end{bmatrix}. \quad (30)$$

Palyginus gautas išraiškas su klasikinio modelio strypo standumo matrica, nesudėtinga įsitikinti, kad ašinės jėgos ir lenkimo momentų poveikis nusakomas tais pačiais dydžiais, tačiau plonasio strypo atveju atsižvelgiama į sukamojo momento, bei bimomento įtaką.

Klupumo analizė baigtinių elementų metodu atliekama remiantis standumu ir geometriniais parametrais:

$$\left(\left[K \right] - \lambda_{cr} \cdot \left[K_g \right] \right) \cdot \Phi_{cr} = 0 \quad (31)$$

čia $\left[K \right]$ – pirmojo laipsnio, arba pirminė, standumo matrica, kuri aprašo baigtinių elementų sistemos standį;

$\left[K_g \right]$ – antrojo laipsnio, arba geometrinė, standumo matrica, kuri aprašo papildomą aprautos baigtinių elementų sistemos standį;

Φ_{cr} – vektorius, aprašantis deformuotos sistemos poslinkius ir perteikiantis klumpančios sistemos formą;

λ_{cr} – vadinamasis klupumo koeficientas, kuris parodo, kiek kartų pridėta jėga turi būti didesnė (mažesnė), kad elementų sistema suklyptų.

Atliekant klupimo tyrimą baigtinių elementų metodu, dažniausiai apskaičiuojami keli klupimo koeficientai, iš kurių mažiausias yra kritinis.

Jeigu $\lambda_{cr} < 1$, sistema jau suklypo. Jeigu $\lambda_{cr} > 1$, sistema dar nesuklypo, ir turi klupimo koeficientą atitinkančią saugą. Kartais gaunamas neigiamas klupimo koeficiento ženklas parodo priešingą klupimo kryptį pridėtai jėgai.

1.3.3. Skaitinės pastovumo tyrimų metodikos taikymas

(Marques, Taras, da Silva, Greiner, Rebelo, 2011) straipsnyje nagrinėja kintamojo skerspjūvio skaičiavimo metodiką iš EC3 standarto, kurią išnagrinėjus siūloma standartizuoti naują, lengvai taikomą skaičiavimo metodiką būtent kintamųjų skerspjūvių, netiesių ašių ir kt. sijoms. Pirmiausiai aptariamas pastovumo sąlygos skaičiavimo būdas kintamojo skerspjūvio strypams, kuris išvedamas iš Ayrton-Perry metodo. Skaitiškai ištyrus skerspjūvį, siūloma skaičiavimo metodika leidžia skaičiuoti tiesiškai kintamojo skerspjūvio kolonos klupumą, veikiant pastoviai ašinei jėgai.

Autoriai straipsnyje (Marques, Rebelo, Santiago, da Silva, 2014) taip pat siekiama papildyti eurokodo EC3-1-1 kintamojo skerspjūvio kolonų pastovumo metodiką. Šiam tikslui pasitelktas baigtinių elementų metodas, naudojantis prizmės pavidalo baigtinius elementus kintamojo elemento skerspjūvių pastovumui skaičiuoti. Atlikta daug skaičiavimų su skirtingais ašinės jėgos ir lenkiamojo momento apie stipriąją ašį deriniais. 520 kolonų su įvairiais apkrovų deriniais buvo skaičiuotos pastovumo sąlygai ir sudaryti Ayrton-Perry analiziniai modeliai klupumui, pasitelkus pirmos eilės jėgas ir antros eilės lenkiamuosius momentus, kas sukelia didžiausius įtempius kolonoje.

Straipsnyje (Li, Han, Ren, Zhao, 2013) nagrinėjamos kintamojo skerspjūvio betono pripildytos plieninės kolonos, kurios praktikoje naudojamos signalų perdavimo bokštų statyboje. Tokio tipo kintamojo skerspjūvio kolonų, veikiamų ekscentrinės jėgos, literatūroje nenagrinėta, tad straipsnio autoriai pateikia skaičiavimo ypatybes tokio tipo uždaviniui, remiantis baigtinių elementų metodu. Lyginami kintamojo ir tolygaus skerspjūvio elementų įtempių pasiskirstymai. Išanalizuotas kolonų pastovumas ir nuspėta kolnos laikančioji galia, veikiant ekscentrinėms jėgoms.

Straipsnio (Hsiao, Lin, 2000) autoriai aprašo kintamojo skerspjūvio strypo su dviem mazgais (kurių kiekvienas turi po septynis laisvės laipsnius) skaičiavimo metodiką. Elemento mazgai parinkti galinių skerspjūvių skersinių jėgų veikimo centruose, o ašis tarp šių centrų – pagrindinė. Žingsninis–iteratyvus, paremtas Newton–Raphson metodu, kartu su pastoviu žingsninio poslinkio spindulio vektoriumi yra sprendinys sudarytai netiesinei lygčių pusiausvyrai. Nulinė standumo matricos reikšmė yra elemento klupimo stadijos kriterijus. Kritinei jėgai rasti naudojamas parabolinių interpoliacijų metodas. Taip pat pateiktas skaitinis pavyzdys, siekiant parodyti siūlomo metodo tikslumą ir naudingumą.

Netiesinį plonasienio strypo tyrimą straipsnyje (Turkalj, Brinc, Prpic-Orsic, 2003) autoriai atlieka naudojant atnaujintą Lagrange metodiką ir netiesinį poslinkių lauką, atsakingą už didelius sukimo poveikius, sudaroma žingsninė lygčių pusiausvyra. Medžiaga priimama kaip izotropinė ir tiesiškai tampri. Įvedama standumo matrica, kad užtikrinti standį. Galiausiai šio baigtinių elementų algoritmo tikslumas patvirtinamas bandymu.

(Samofalov, Šapalas, Šaraškinas, 2005) pateiktame straipsnyje teoriniais ir skaitiniais metodais nagrinėjamas trapecijos pavidalo kolonos, veikiamos lenkiamojo momento ir ašinės jėgos, pastovumas. Konstrukcijos pastovumo uždaviniui spręsti taikoma tipinė baigtinių elementų metodo programa COSMOS. Trapecinės kolonos kritinei jėgai nustatyti siūloma tokia metodika, kai gerai žinomos bei plačiai taikomos pastovaus skerspjūvio strypų kritinės jėgos reikšmės dauginamos iš trapeciškumo korekcijos koeficiento. Nustatyta trapecinės kolonos kritinio lenkiamojo momento reikšmė. Šiems koeficientams apibūdinti atliktas įvairaus trapeciškumo kolonų skaitinis modeliavimas.

Straipsnyje (Ronagh, Bradford, Attard, 2000) pateikiami autorių pastovumo tyrimai. Kintamojo skerspjūvio strypo lygčių pusiausvyra struktūrizuojama į baigtinius elementus panaikinant pirmą bendrojo potencialo variaciją, o pastovumo lygtys į šį metodą perkeliama panaikinant antrąją bendrojo potencialo variaciją. Šios variacijos buvo pateiktos ir nagrinėjamos ankstesniame autorių straipsnyje (Ronagh, Bradford, Attard, 2000) ir perdarytos į baigtinius elementus šiame darbe. Baigtinių elementų programa buvo panaudota ištirti kintamojo skerspjūvio strypo standį veikiant sukimui, ištirti strypo pastovumą veikiant jėgoms ir lenkiamiesiems momentams. Taip pat stengiamasi siūlomą metodą palyginti su kitais sprendiniais, rastais įvairioje literatūroje. Atlikus tyrimą paaiškėja, jog metodas yra gana tikslus.

(Dourakopoulos, Sapountzakis, 2010) nagrinėjama strypo būseną jau praradus pastovumą, atsižvelgiant į didelius poslinkius, ir posūkio kampus. Tiriamas strypas veikiamas sutelktųjų arba išskirstytųjų ašinių, skersinių, ir sukamųjų poveikių, o galai įtvirtinti. Pradedant nuo poslinkių lauko be jokių supaprastinimų dėl sukimo kampo amplitudės, pasirėmus bendrosios potencinės energijos principu, gaunamos keturios netiesinės diferencialinės lygtys. Iškilę keturi kraštinių sąlygų reikšmių nežinomieji išsprendžiami baigtinių elementų metodo pagrindu. Geometrinė, inercijos, sukimo ir susukimo konstantos nustatomos remiantis tik kraštiniais integralais. Kadangi nagrinėjamas plonasienis strypas, tai Saint–Venant sukimo konstanta yra išbraukiama. Straipsnyje taip pat pateikiamas pavyzdys, įrodantis metodo našumą ir tikslumą.

(Trahair, 2013) aprašomas efektyvus kintamos formos monosimetriško (vienos simetrijos ašies) dvitėjo skerspjūvio lenkimo ir klupumo uždavinio sprendimo metodas, paremtas baigtiniais elementais. Remiantis šiuo metodu, konstrukcijos gali būti veikiamos sutelktomis ir išskirstytomis ašinėmis, skersinėmis jėgomis arba lenkiamaisiais momentais, o deformacijos apribotos tampriais arba standžiais įtvirtinimais. Baigtiniai elementai sudaromi skaitiniu integravimu, vietoj uždaru formų, kurios dažniausiai naudojamos išskirstytiems elementams. Naudojantis kompiuterine programa, kuri yra paremta straipsnio autorių siūlomo skaičiavimo metodo veikimo principu, apskaičiuoti strypai su įvairiais įtvirtinimais ir apkrovomis, bbei jų deriniais. Gauti rezultatai sutapo su spėjimais.

Straipsnyje (Samofalov, Kutas, Kačianauskas, 2004) nagrinėjama dalinai analizinių baigtinių elementų panaudojimo galimybė, atliekant plonasienio strypo tiesinę ir pastovumo analizę. Siūlomas metodas diskretizaciją atlieka dviem etapais, pirmiau baigtiniais elementais diskretizuojant skerspjūvį, o tada išilgai. Sukurti skaičiavimo įrankiai leidžia globaliosios linijinės ir geometrinės standumo matricų sudarymą ir pateikia jas tokia pavidale, kurį galima naudoti įvairiomis baigtinių elementų skaičiavimo programomis. Siūlomas kompiuterinis įrankis leidžia naudotojui lengvai valdyti įvesties duomenis ir baigtinių elementų programą. Pateikiamas pavyzdys, kuriame galima matyti rezultatų kokybę ir programos veikimą.

Straipsnyje (Samofalov, Kačianauskas, 2000) pateikti plonasienės gniuždomos centriškai pridėta jėga ir lenkiamos kintamojo dvitėjo skerspjuvio sienutės plokštumoje pridėtu momentu kolonos pastovumo tyrimai, naudojant pastovaus skerspjuvio strypinius baigtinius elementus. Statiškai ištirta kolonos dvitėjo skerspjuvio įtaka kolonos pastovumui. Kolonos kritinis būvis esant tam tikram centriškai pridėtos jėgos ir lenkiamojo momento deriniui apibūdinamas pastovumo kreive. Skaitiniais eksperimentais ištirta kritinės apkrovos priklausomybė nuo dvitėjo skerspjuvio sienutės santykinio aukščio ir santykinio kolonos ilgio. Skaičiavimo rezultatai rodo, kad skerspjuvio kitimas neturi įtakos ašinei jėgai, tačiau kritinis lenkimo momentas tiesiškai priklauso nuo skerspjuvio santykinio aukščio. Skaitiškai nustatytus pastovumo paviršių atskaitos ilgio strypui, kai žinomas skerspjuvio kitimo dėsningumas ir kritinės jėgos bei kritinio lenkiamojo momento priklausomybės nuo santykinio ilgio, kitus pastovumo paviršiaus taškus galima apytiksliai apskaičiuoti pagal paprastas matematinės išraiškas. Kritinių apkrovų skaičiavimai, atlikti naudojant strypinius baigtinius elementus, yra lyginami su geometriškai netiesinės analizės rezultatais, gautais diskretizuojant plonasienę koloną kevalo baigtiniais elementais. Modeliai teikia viršutinę ir žemutinę apkrovų ribas.

(Šapalas, Kvedaras, 2000) nagrinėja teorinę kintamojo skerspjuvio kolonos laikančiąją galią. Centriškai apkrauta kolona praranda pastovumą jėgai pasiekus kritinę, kurią galima paskaičiuoti Oilerio formule, bet ši formulė tinka tik pastovaus skerspjuvio konstrukciniams elementams. A. N. Dinik pasiūlė diferencialinę lygtį kintamojo skerspjuvio centriškai apkrautiems strypams. Įvedant papildomą koeficientą K , galima paskaičiuoti kritinę jėgą kintamojo skerspjuvio dvitėjo profilio kolonai. Išraiškoje esantis koeficientas priklauso tik nuo viršutinio ir žemutinio kolonų galų skerspjuvių inercijos momentų santykio. Autoriai kritinę kolonos jėgą apskaičiavo naudodamiesi baigtinių elementų programa COSMOS ir pritaikę kevalo baigtinius elementus. Atlikus daug kompiuterinių skaičiavimų, keičiant inercijos momentų santykį, buvo nustatytas anksčiau aptartas koeficientas K . Nustatytus kritinę jėgą, galima nustatyti ir kolonos liaunį, pasirenkant mažiausią kolonoje esantį skerspjuvį. Autorius pateikia skaičiavimo pavyzdžių, įrodydamas, kad ši skaičiavimo metodika yra gana tiksli ir patikima.

Straipsnyje (Andrade, Camotim, Dinis, 2007) nagrinėjamas globalus vienadimensinio strypinio baigtinių elementų modelio darbas, charakterizuojančio elastinį šoninį sukamąjį klupumą vienasimetriškuose, kintamojo skerspjuvio, plonasienuose strypuose. Atliekamas palyginimas tarp vienadimensinio ir kevalo baigtiniais elementais paremto modelių. Rezultatai sutampa iki tam tikro lygio, kol pradeda reikštis lokalusis klupimas, bet jį apribojus, rezultatai ir toliau sutampa. Straipsnyje pateiktas skaitinis pavyzdys su skaičiavimo eiga ir rezultatais.

Straipsnyje (Mohri, Meftah, Damil, 2015) nagrinėjamas kintamojo skerspjuvio strypo iš trimačių strypų baigtinių elementų klupumas. Šiam tikslui pasirinktas nelinejinis kinematinis

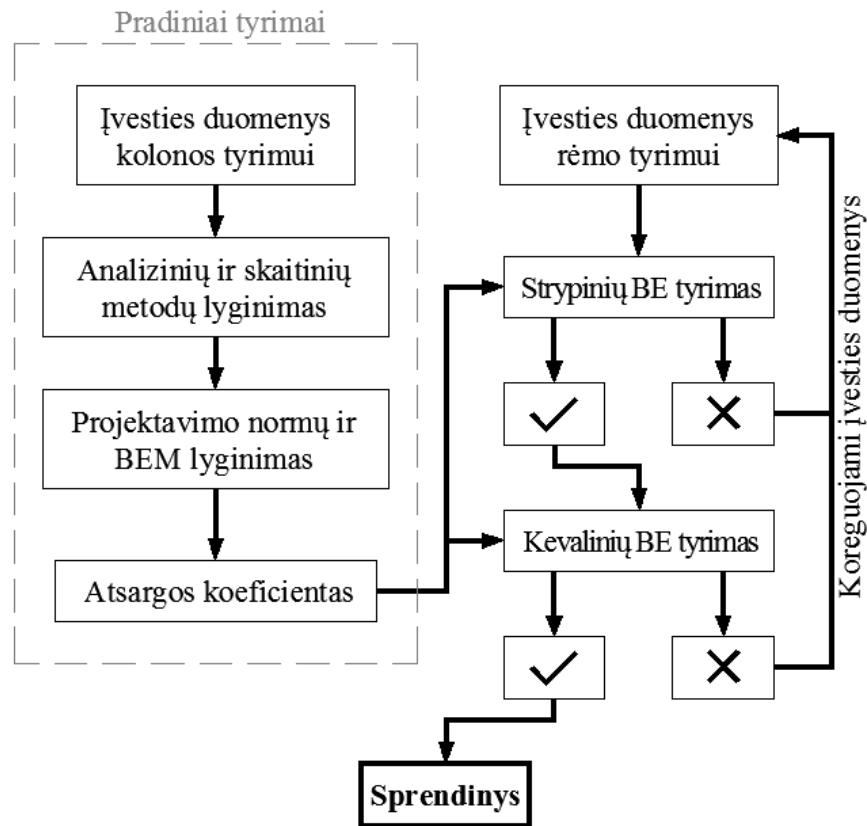
sukimo-lenkimo modelis. Išsprendus pusiausvytos lygtis ir gavus įtempius, kurie aprašo kintamą skerspjūvį, tyrimas praplėstas baigtinių elementų metodu. Pasirinkti trimačiai strypiniai baigtiniai elementai su dviem taškais ir septyniais laisvės laipsniais kiekviename taške. Dėl didelių sukimo sąlygų, patobulinta standumo matrica, panaudotas Arclength metodas nelineinėms funkcijoms spręsti. Gauti rezultatai lyginami su literatūroje esančiais, taip pat atliekamas palyginimas su plokštelių baigtinių elementų modelio rezultatais. Bifurkacijos taškai sutampa su nelineinio pastovumo sprendiniais, daroma išvada, kad siūlomas metodas yra efektyvus ir racionalus.

Straipsnyje (Samofalov, Šlivinskas, 2009) nagrinėjamas dvitėjo kintamos formos skerspjūvio konstrukcijos su skylėmis ir standumo įtvirtinimais pastovumo skaičiavimas. Specialiai parengto algoritmo etapais tiriamas viso statinio stabilumas, plonasienių plieno rėmų klupumas ir skerspjūvių dalių pastovumas. Pastatas modeliuojamas skaitiškai baigtinių elementų metodu, taikant viename skaičiavimų variante strypo, kitame - kevalo baigtinius elementus. Remiantis pastovumo tyrimų duomenimis, tobulinamos statinio laikančiosios konstrukcijos, pastato dalys tampa vienodai stabilios.

Plokštelės su skylėmis klupumas ir jo priklausomybė nuo plokštelės ir skylių matmenų, baigtinių elementų metodu nagrinėjamas straipsnyje (Mohammadzadeh, Noh, 2016). Įvestas naujas koeficientas, skirtas apipavidalinti duomenims. Pastebėta, kad klupumo koeficientas seka tam tikrą nelineinę tendenciją, atsižvelgiant į naujai įvestą koeficientą. Tolesni tyrimai parodė, kad santykis tarp klupimo koeficientų, gautų iš plokštelių su skylėmis ir be jų, yra pastovus, nepriklausomai nuo plokštelės storio. Rezultatų užtikrinimui buvo nagrinėjamos skirtingų dydžių plokštelės. Straipsnyje pateikiamos plokštelių klupimo formos.

II. PIRMINIAI TYRIMAI

Norint efektyviai ištirti plieninį uosto sandėlio rėmą, buvo sudarytas algoritmas, kuriuo remiantis buvo atlikti tolimesni tyrimai:



4 pav. Tyrimų algoritmas

Algoritmas pradedamas surenkant įvesties duomenis kolonai. Atliekamas kolonos pastovumo tyrimas įvairiais metodais ir pagal įvairius reikalavimus, palyginami rezultatai. Bandomosios kolonos tyrimų tikslas yra apskaičiuoti atsargos koeficientą, kuris jungtų baigitnių elementų metodą su lietuviškomis projektavimo normomis. Įvertinus koeficiento reikšmę ir įtraukus ją į tolimesnius skaičiavimus, tiriamas plieninio rėmo pastovumas. Tyrimai vykdomi kelis kartus, vis koreguojant rėmo įvesties duomenis, kol gaunamas tenkinantis rezultatas.

2.1. Pirminių tyrimų sąlygos ir esmė

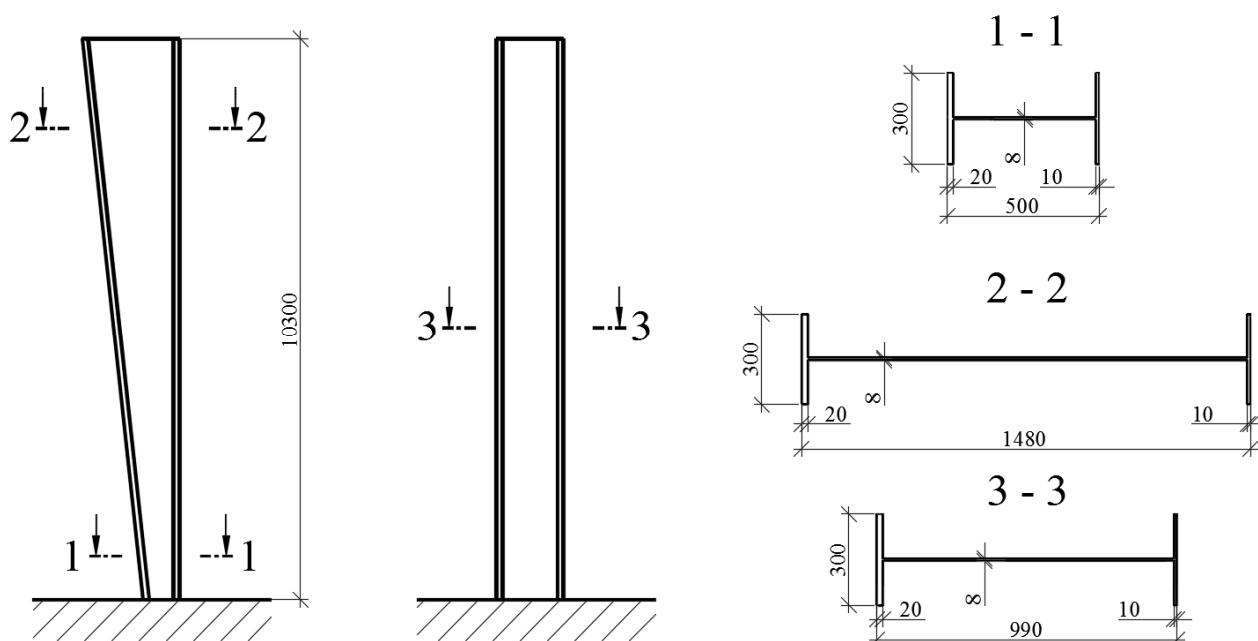
Uosto sandėlio rėmo projektavimas pradedamas pradiniais paruošiamaisiais tyrimais. Pradinių tyrimų eigos metu įvairiais metodais tiriamas plieninės kolonos pastovumas, rezultatai lyginami tarpusavyje ir taip surenkami reikiami duomenys tolimesniems rėmo tyrimams.

Pirminiai tyrimai pradami nustatant preliminarios rėmo kolonos iš kintamo sienutės aukščio ir pastovaus skerspjūvio dvitėjinio profilio matmenis.

Užduoties duomenys

Projektuojama 10,30 m ilgio kintamo skerspjūvio aukščio kolona. Remiantis STR 2.05.08:2005 „Plieninių konstrukcijų projektavimas. Pagrindinės nuostatos“, susidūrus su kintamo aukščio skerspjūviais, siūloma priimti vidutinį elemento inercijos momentą ir pakeisti kintamą skerspjūvį į vietisą:

$$I = \frac{I_{\min} + I_{\max}}{2} \quad (32)$$



5 pav. Kintamo skerspjūvio aukščio ir jai ekvivalentinė pastovaus skerspjūvio kolonos ir jų skerspjūviai

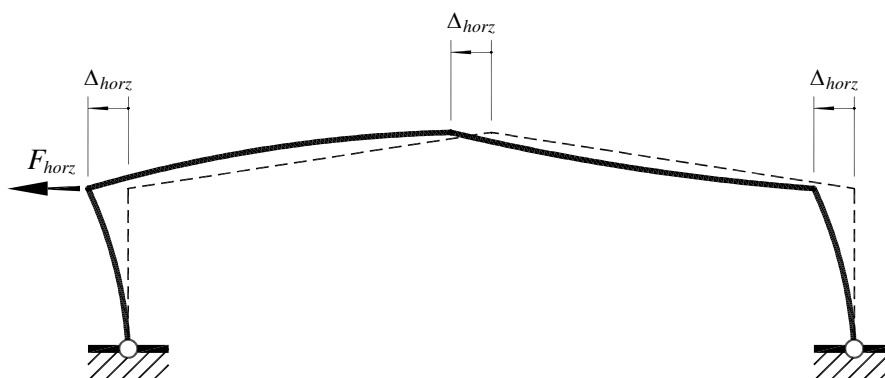
Tyrimo metodika

Kolona modeliuojama keturiais variantais: strypais (1D), vertikaliai išdėstytais plokštėmis (2D), horizontaliai išdėstytais plokštėmis (2D+1D). Kiekviename variante atliekami keli skaičiavimo variantai. Kolona skaičiuojama priimant kintamą skerspjūvį, arba jam ekvivalentų pastovų skerspjūvį. Skaičiuojama kritinė jėga įtvirtinus koloną penkiais skirtingais variantais:

- 1) Standus įtvirtinimas. Įtvirtinto galo judėjimas ir sukimasis apribotas x , y ir z ašimis ir apie jas.
- 2) Apatinės dalies įtvirtinimas šarnyrinis, viršutinės – slankus. Apatinio įtvirtinimo judėjimas apribotas x , y ir z ašimis. Viršutinio įtvirtinimo judėjimas apribotas x ir z ašimis.

- 3) Apatinės dalies įtvirtinimas šarnyrinis, viršutinės – apribotas slankus. Apatinio įtvirtinimo judėjimas apribotas x , y ir z ašimis. Viršutinio įtvirtinimo judėjimas ir sukimasis apribotas x ir z ašimis.
- 4) Apatinės dalies įtvirtinimas standus, viršutinės – apribotas slankus. Apatinio įtvirtinimo judėjimas ir sukimasis apribotas x , y ir z ašimis. Viršutinio įtvirtinimo judėjimas ir sukimasis apribotas x ir z ašimis.
- 5) Apatinės dalies įtvirtinimas šarnyrinis, viršutinės – apribotas slankus. Apatinio įtvirtinimo judėjimas apribotas x , y ir z ašimis. Viršutinio įtvirtinimo sukimasis apribotas x ir z ašimis. Judėjimas apribotas x ir y ašimis su tam tikru pasipriešinimu (atramos standis nėra begalinis).

Penktajame įtvirtinimo variante yra daroma prielaida, kad kolonos viršutinę dalį suvaržo prie jos prijungtas rėmas. Šoninį kolonos standį galima apskaičiuoti išnagrinėjus rėmo konstrukciją. Sumodeliavus rėmą, prie kolonos viršaus pridedama vienetinė jėga ir tame pačiame taške apskaičiuojamas poslinkis.



6 pav. Kolonos šoninio standžio skaičiavimo principas

Šoninis standis apskaičiuojamas koloną veikiančios jėgos ir nuo tos jėgos susidariusio poslinkio santykiu:

$$X = \frac{F}{u} \quad (33)$$

Įstačius į formulę gautą poslinkio rezultatą gaunamas šoninis standis:

$$X = \frac{F}{u} = \frac{1}{\Delta} = \frac{1}{0,985 \cdot 10^{-3}} = 1015 \text{ kN/m}$$

2.2. Kolonos pastovumo tyrimai

2.2.1. Kolonos pastovumo tyrimas analiziniu metodu

Pastovumas – konstrukcijos ar jos elemento savybė išlaikyti pradinę pusiausvyros formą, po bet kokių trikdymų vis grįžti į pradinį būvį. Apkrovos (jėgos, įtempimo) reikšmė, kurią viršyjus konstrukcijos ar jos elemento pusiausvyra tampa nepastovia, vadinama kritine apkrova (jėga, įtempimu). Tamprus tiesaus centriškai gniuždomo strypo kritinės jėgos didumas apskaičiuojamas vadinamąja Oilerio formule (2):

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI_{\min}}{(\mu L_{eff})^2} = \frac{3,14^2 \cdot 205 \cdot 10^9 \cdot 67,54 \cdot 10^{-6}}{(2 \cdot 10,3)^2} = 0,32 \text{ MN}$$

Kitiems įtvirtinimams kritinė jėga skaičiuojama analogiškai.

1 lentelė. Pastovaus skerspjūvio analizinis kritinės jėgos F_{cr} skaičiavimas, MN

Nr.	Variantai	Įtvirtinimas				
		Nr. 1	Nr. 2	Nr. 3	Nr. 4	Nr. 5
1.	Analizinis būdas	0,32	1,29	2,63	5,15	-

Įtvirtinimo Nr. 5 analizinio skaičiavimo rezultatai nepateikti, nes nėra žinomas jo įtvirtinimų sąlygų koeficientas.

2.2.2. Kolonos pastovumo tyrimas pagal projektavimo normas

Pagal STR 2.05.08:2005 „Plieninių konstrukcijų projektavimas. Pagrindinės nuostatos“, tikrinant centriškai gniuždomo elemento pastovumą, turi būti tenkinama sąlyga:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{c,Rd}} \leq 1,0, \quad (34)$$

čia $N_{c,Rd}$ – skaičiuotinio centriškai gniuždomo elemento pastovumo atspario reikšmė, apskaičiuojama:

$$N_{c,Rd} = \varphi \cdot A \cdot f_{y,d} \gamma_c \cdot (35)$$

čia A – elemento skerspjūvio plotas, $A=0,016680 \text{ m}^2$;
 $f_{y,d}$ – skaičiuotinis tempiamasis, gniuždomasis, lenkiamasis plieno stipris pagal takumo ribą;
 γ_c – darbo sąlygų koeficientas (visuomeninių pastatų kolonoms =0,95);

φ – centriškai gniuždomo elemento klupumo koeficientas.

Centriškai gniuždomo elemento klupumo koeficiento φ reikšmė apskaičiuojama pagal formules:

kai $0 < \bar{\lambda} \leq 2,5$,

$$\varphi = 1,0 - \left(0,073 - 5,53 \frac{f_{y,d}}{E} \right) \bar{\lambda} \sqrt{\bar{\lambda}}; \quad (36)$$

kai $2,5 < \bar{\lambda} \leq 4,5$,

$$\varphi = 1,47 - 13,0 \frac{f_{y,d}}{E} - \left(0,371 - 27,3 \frac{f_{y,d}}{E} \right) \bar{\lambda} + \left(0,0275 - 5,53 \frac{f_{y,d}}{E} \right) \bar{\lambda}^2; \quad (37)$$

kai $\bar{\lambda} > 4,5$,

$$\varphi = \frac{332}{\bar{\lambda}^2 (51 - \bar{\lambda})}. \quad (38)$$

Sąlyginis elemento liaunis apskaičiuojamas taip:

$$\bar{\lambda} = \lambda \sqrt{\frac{f_{y,d}}{E}}. \quad (39)$$

Elemento liaunis nustatomas pagal formulę:

$$\lambda = \frac{l_{eff}}{i}, \quad (40)$$

čia i – gniuždomosios juostos inercijos spindulys horizontaliojoje plokštumoje, $i = 63,6$ mm;

l_{eff} – strypo skaičiuojamasis ilgis.

Pastoviojo skerspjūvio kolonų ir statramsčių arba laiptuotųjų kolonų atskirų dalių skaičiuojamieji ilgiai l_{eff} apskaičiuojami pagal formulę:



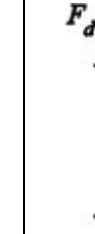
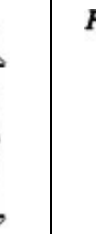



$$l_{eff} = \mu l_c, \quad (41)$$

čia: l_c – kolonos ar jos atskiros dalies ilgis arba aukšto aukštis, $l_c = 10,3$ m;

μ – skaičiuojamojo ilgio koeficientas, imamas iš 2 lentelės, atsižvelgiant į jų galų įtvirtinimą bei apkrovą.

Kai kuriems kolonų ir statramsčių įtvirtinimo atvejams bei apkrovoms μ reikšmės pateiktos 2 lentelėje.

2 lentelė. Pastoviojo skerspjūvio kolonų ir statramsčių skaičiuojamojo ilgio koeficientai

Įtvirtinimo schema ir apkrova							
μ	1,0	0,7	0,5	2,0	1,0	2,0	0,7

Skaičiuojami keli variantai skirtingiems įtvirtinimams:

$$1) l_{eff} = \mu l_c = 2 \cdot 10,3 = 20,6 \text{ m}$$

$$\lambda = \frac{l_{eff}}{i} = \frac{20,6}{0,0636} = 324$$

$$\bar{\lambda} = \lambda \sqrt{\frac{f_{y,d}}{E}} = 324 \sqrt{\frac{322}{200 \cdot 10^3}} = 13$$

$$\varphi = \frac{332}{\bar{\lambda}^2 (51 - \bar{\lambda})} = \frac{332}{13^2 \cdot (51 - 13)} = 0,0501$$

$$N_{c,Rd} = \varphi \cdot A \cdot f_{y,d} \cdot \gamma_c = 0,0501 \cdot 0,016680 \cdot 322 \cdot 10^6 \cdot 0,95 = 255,63 \text{ kN}$$

Kitiems įtvirtinimams skaičiuojama centriškai gniuždomo elemento pastovumo atspario reikšmė:

$$2) N_{c,Rd} = 874,31 \text{ kN}$$

$$3) N_{c,Rd} = 1709,43 \text{ kN}$$

$$4) N_{c,Rd} = 2973,58 \text{ kN}$$

Eurocode 3 (1993) normatyve pateikiama kritinės jėgos skaičiavimo metodika kintamo dvitėjo skerspjūvio su dviem simetrijos ašimis elementams. Būtina atkreipti dėmesį, jog naudojantis Eurocode 3 metodika šiam atvejui galima rasti tik stipriajai ašiai skirtą inercijos momentą, nes silpnosios ašies atžvilgiu inercijos momentas kinta nereikšmingai. Pastovumas prarandamas ašinei jėgai pasiekus kritinę reikšmę:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI_{y,eq}}{L^2}, \quad (42)$$

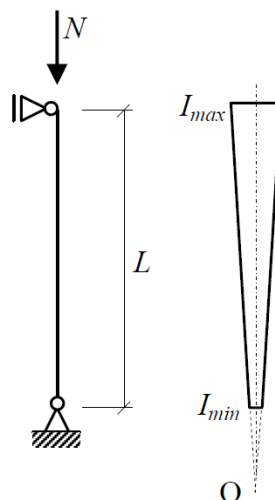
čia $I_{y,eq}$ – ekvivalentinis inercijos momentas, kuris skaičiuojamas šitaip:

$$I_{y,eq} = C \cdot I_{y,max}, \quad (43)$$

čia C – dydis, priklausantis nuo elemento galų inercijos momentų santykio r :

$$C = 0,08 + 0,92 \cdot r ; \quad (44)$$

$$r = \sqrt{I_{y,\min} / I_{y,\max}} . \quad (45)$$



7 pav. Kintamojo skerspjūvio aukščio kolonos skaičiuojamoji schema

Apskaičiuojama kritinė jėga:

$$r = \sqrt{I_{y,\min} / I_{y,\max}} = \sqrt{0,0006 / 0,00687} = 0,295;$$

$$C = 0,08 + 0,92 \cdot r = 0,08 + 0,92 \cdot 0,295 = 0,351;$$

$$I_{y,eq} = 0,351 \cdot 0,00687 = 2,41 \cdot 10^{-3} m^4;$$

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 E I_{y,eq}}{L^2} = \frac{3,14^2 \cdot 205 \cdot 10^9 \cdot 2,41 \cdot 10^{-3}}{10,3^2} = 45,91 \text{ MN}$$

STR 2.05.08:2005 „Plieninių konstrukcijų projektavimas. Pagrindinės nuostatos“ kintamo aukščio skerspjūviams skaičiuoti siūloma naudoti Oilerio formulę, į ją įstatant vidutinio skerspjūvio aukščio inercijos momento reikšmę:

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 E (I_{y,\max} + I_{y,\min})}{(\mu L_{eff})^2} \quad (45)$$

Palyginimui su Eurocode 3 skaičiavimo metodika, į formulę įstatomas stipriosios ašies vidutinis inercijos momentas:

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 E (I_{y,\max} + I_{y,\min}) / 2}{(\mu L_{eff})^2} = \frac{3,14^2 \cdot 205 \cdot 10^9 \cdot (600 + 6870) \cdot 10^{-6} / 2}{(1 \cdot 10,3)^2} = 71,15 \text{ MN}$$

3 lentelė. Pastovaus ir kintamojo skerspjūvio analizinis kritinės jėgos F_{cr} skaičiavimas, MN

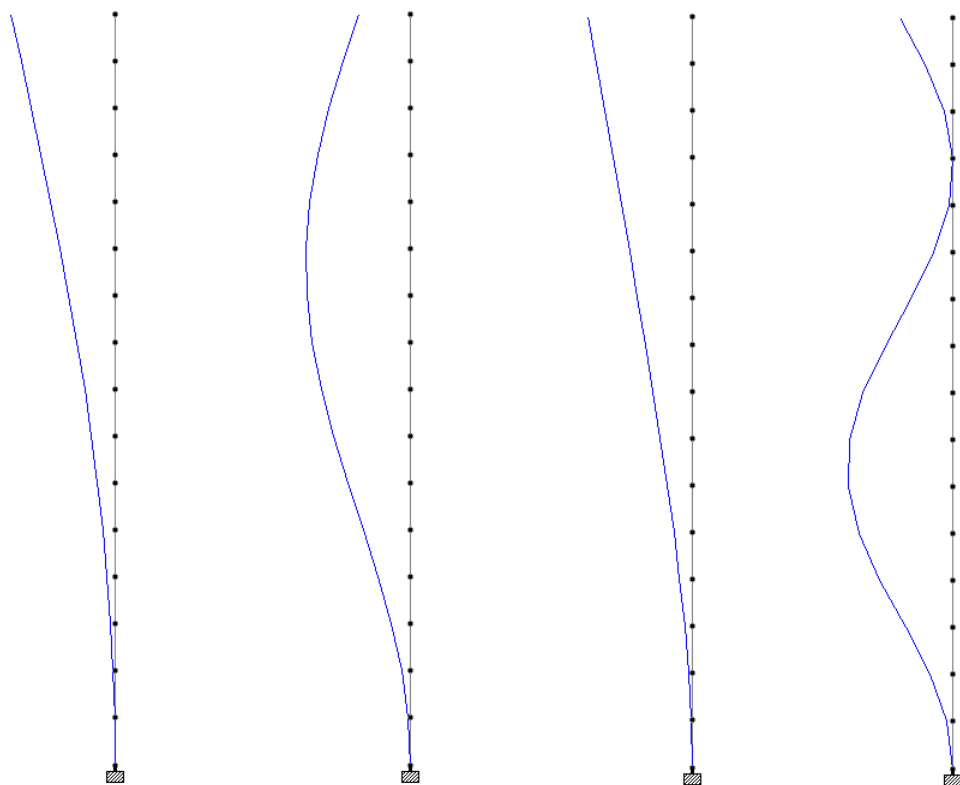
Nr.	Variantai	Įtvirtinimas				
		Nr. 1	Nr. 2	Nr. 3	Nr. 4	Nr. 5
1.	Analizinis būdas	0,32	1,29	2,63	5,15	-
2.	Pagal STR pateikiamą skaičiavimo metodiką	0,26	0,87	1,71	2,97	-
3.	Atsargos koeficientas tarp analizinio būdo ir STR pateikiamos metodikos	1,23	1,48	1,53	1,73	-
4.	Pagal Eurocode 3 apie elemento stipriąją ašį	-	45,91	-	-	-
5.	Analizinis būdas apie elemento stipriąją ašį (analogiškas STR)	-	71,15	-	-	-
6.	Koeficientas tarp analizinio būdo ir Eurocode 3 metodikos	-	1,55	-	-	-

2.2.3. Konolos pastovumo tyrimas vienmačiais baigtiniais elementais

Vienas iš galimų kolonos modeliavimo būdų yra strypiniais baigtiniais elementais (1D). Kolona iš strypinių elementų skaičiuojama ją sudarant iš 1, 2, 4, 8 ir 16 baigtinių elementų. Reikia atkreipti dėmesį, kad skaičiuojant strypeliais, programa negali atsižvelgti į skerspjūvio geometrinę formą. Formą programa priima kaip strypo savybę, todėl čia vertinamas tik visuotinis (globalinis) pastovumas, o į vietinį neatsižvelgiama. Gauti rezultatai:

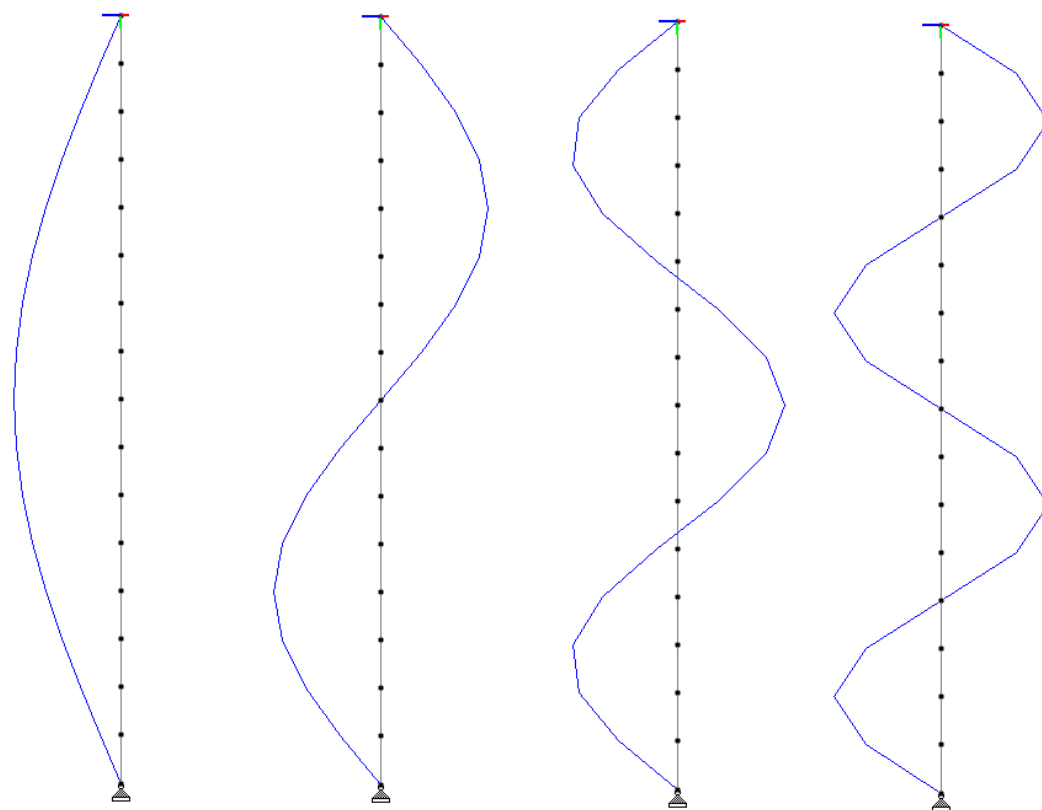
4 lentelė. Pastovaus skerspjūvio kritinės jėgos F_{cr} skaičiavimas STAAD programa, MN

Nr.	Variantai	Įtvirtinimas				
		Nr. 1	Nr. 2	Nr. 3	Nr. 4	Nr. 5
1.	Pastovaus skerspjūvio	0,32	1,56	3,90	5,15	3,74
2.	Iš 2 baigtinių elementų	0,32	1,29	2,69	5,15	2,59
3.	Iš 4 baigtinių elementų	0,32	1,29	2,62	5,14	2,54
4.	Iš 8 baigtinių elementų	0,32	1,28	2,62	5,10	2,54
5.	Iš 16 baigtinių elementų	0,32	1,28	2,62	5,10	2,54



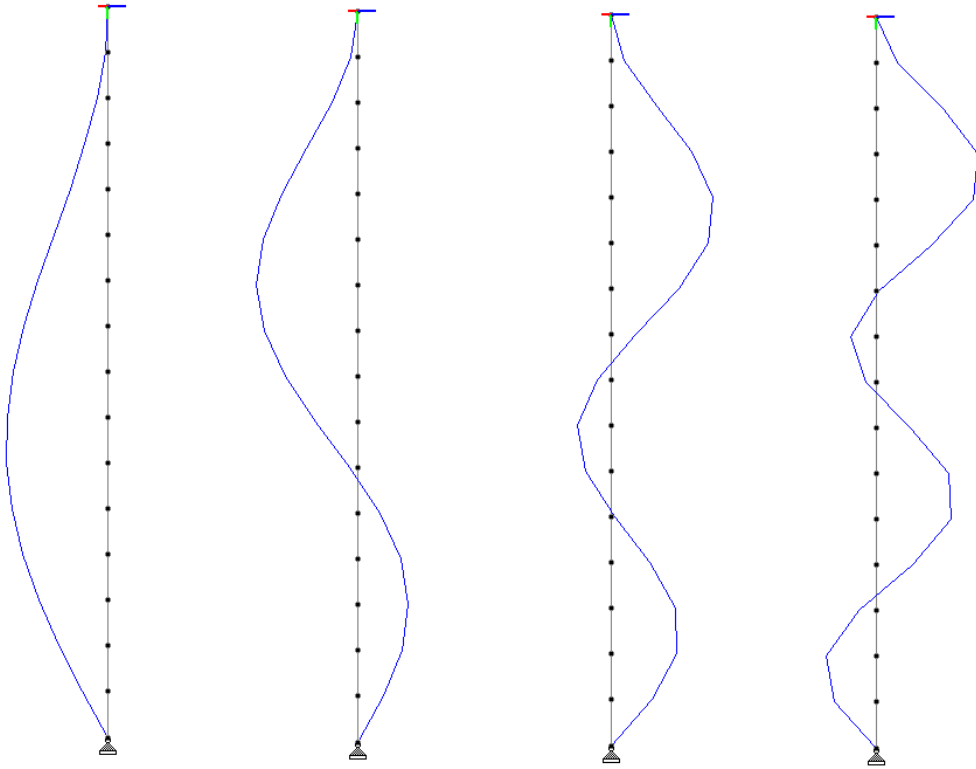
8 pav. Kolonos iš 16 baigtinių elementų klupimo formos ir jų kritinės jėgos įtvirtinimui Nr. 1:

- 1) $F_{cr} = 0,32 \text{ MN}$; 2) $F_{cr} = 2,88 \text{ MN}$; 3) $F_{cr} = 5,82 \text{ MN}$; 4) $F_{cr} = 7,92 \text{ MN}$



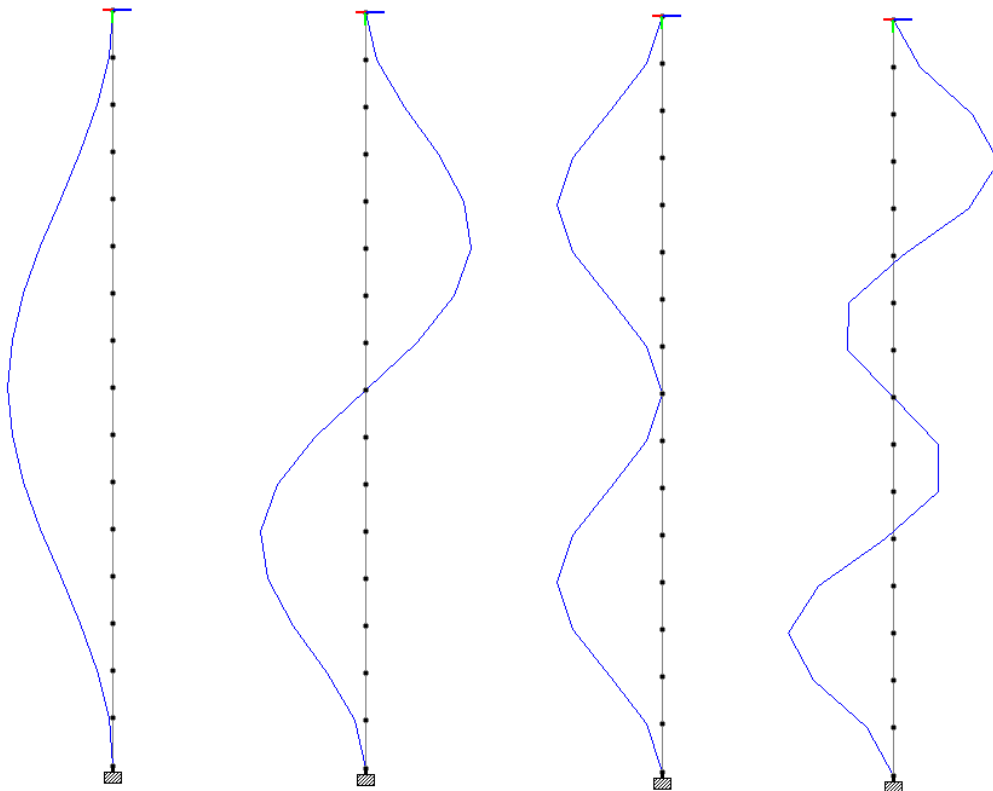
9 pav. Kolonos iš 16 baigtinių elementų klupimo formos ir jų kritinės jėgos įtvirtinimui Nr. 2:

- 1) $F_{cr} = 1,28 \text{ MN}$; 2) $F_{cr} = 5,10 \text{ MN}$; 3) $F_{cr} = 11,32 \text{ MN}$; 4) $F_{cr} = 19,77 \text{ M}$



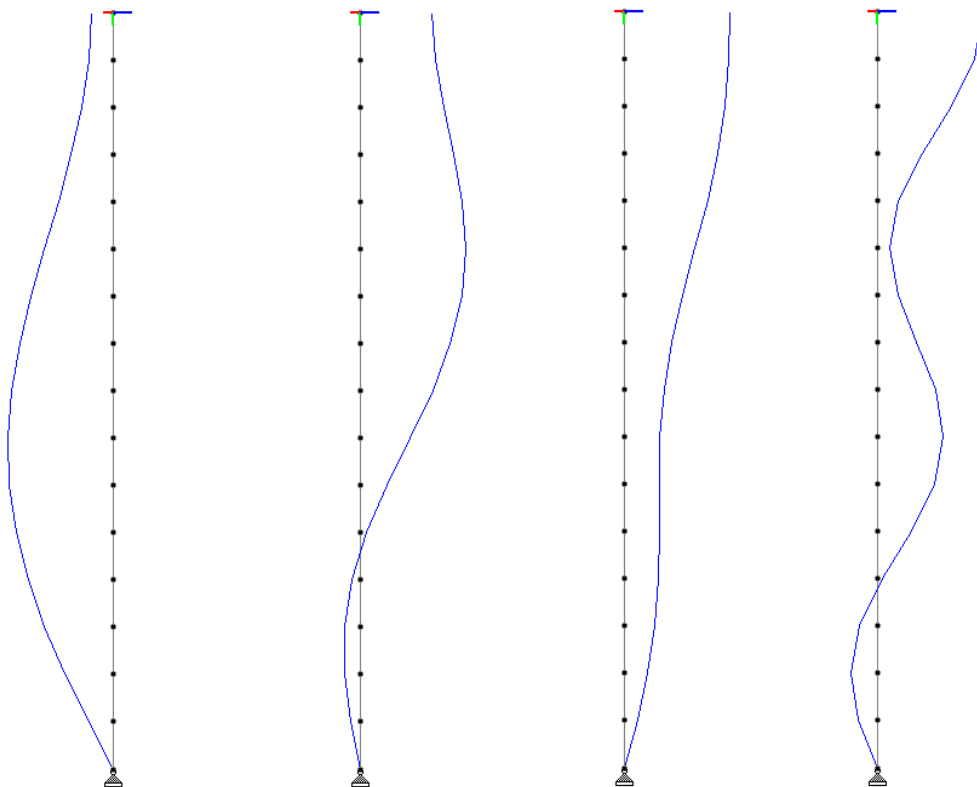
10 pav. Kolonos iš 16 baigtinių elementų klupimo formos ir jų kritinės jėgos įtvirtinimui Nr. 3:

- 1) $F_{cr} = 2,62$ MN; 2) $F_{cr} = 7,66$ MN; 3) $F_{cr} = 15,03$ MN; 4) $F_{cr} = 24,53$ MN



11 pav. Kolonos iš 16 baigtinių elementų klupimo formos ir jų kritinės jėgos įtvirtinimui Nr. 4:

- 1) $F_{cr} = 5,10$ MN; 2) $F_{cr} = 10,29$ MN; 3) $F_{cr} = 19,78$ MN; 4) $F_{cr} = 29,25$ MN



12 pav. Kolonos iš 16 baigtinių elementų klupimo formos ir jų kritinės jėgos įtvirtinimui Nr. 5:

1) $F_{cr} = 2,54$ MN; 2) $F_{cr} = 7,13$ MN; 3) $F_{cr} = 10,75$ MN; 4) $F_{cr} = 15,77$ MN

5 lentelė. Kolonos iš 16 baigtinių elementų klupimo formų kritinės jėgos F_{cr} skirtingiems įtvirtinimams, MN

Įtvirtinimo Nr.	Klupimo forma			
	Nr. 1	Nr. 2	Nr. 3	Nr. 4
1.	0,32	2,88	5,82	7,92
2.	1,28	5,10	11,32	19,77
3.	2,62	7,66	15,03	24,53
4.	5,10	10,29	19,78	29,25
5.	2,54	7,13	10,75	15,77

2.2.4. Konolos pastovumo tyrimas dvimačiais baigtiniais elementais

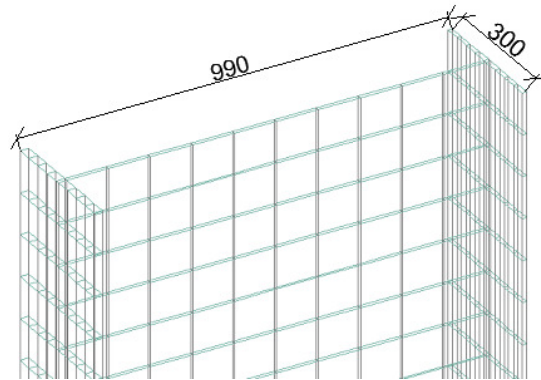
Modeliavimas horizontaliai išdėstytomis plokštelėmis

Modeliavimo horizontaliomis plokštelėmis esmė yra ta, kad tam tikru žingsniu plokštelių baigtiniais elementais yra atkartojamas dvitėjinės kolonos skerspjūvis, o vėliau šie skerspjūviai sujungiami strypiniais baigtiniais elementais. Strypeliai šiame modelyje atlieka kolonos vaidmenį, o plokštelės sujungia strypelius į kolonos formą ir priverčia dirbti visumoje. Kadangi plokštelės skirtos tik jungimui, jų storis didelės įtakos nedaro. Visa svarba slypi strypelių standyje, kuris turi išlikti toks pat, kaip vientisos kolonos.

$$EI_{kolonos} = \sum EI_{strypelių} \quad (46)$$

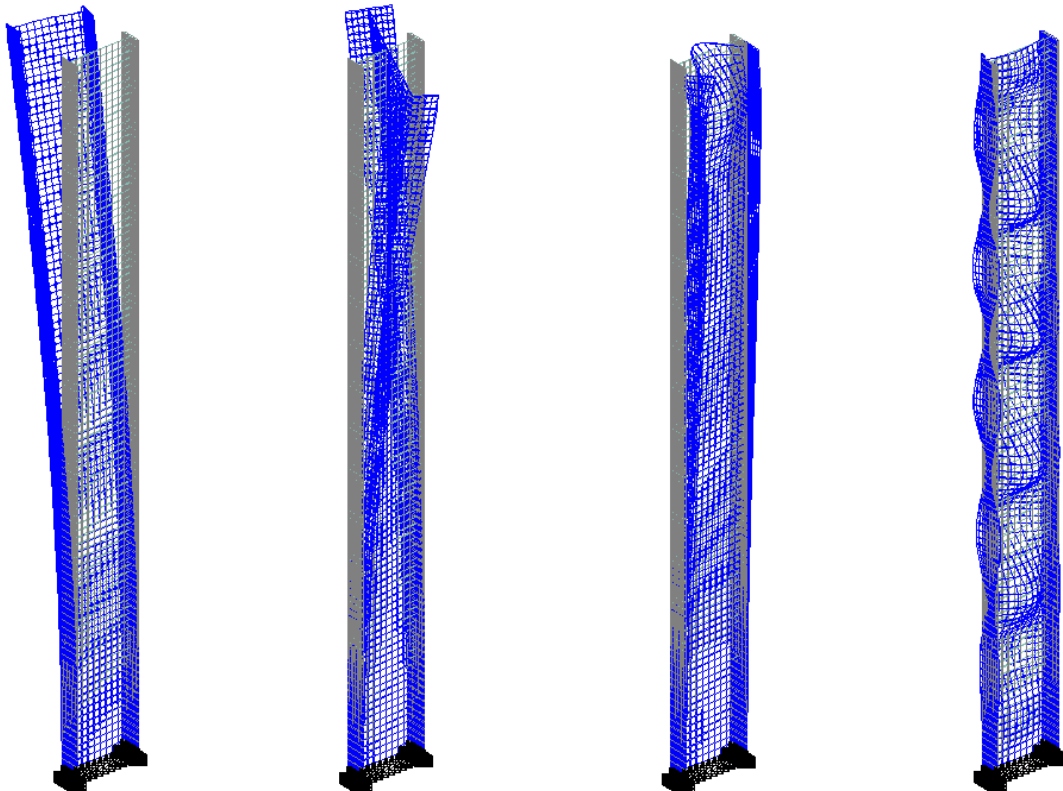
Remiantis šiuo principu, mazgus jungiantiems strypeliams buvo priskirti tokie standžiai, kad juos sudėjus būtų gautas kolonos bendras standis.

Pirmiausiai buvo sumodeliuota vientiso skerspjūvio kolona su analogišku inercijos momentu:



13 pav. Kolonos modeliavimas horizontaliai išdėstytais plokštelėmis

Atlikta klumpumo analizė ir gauti kritinės jėgos F_{cr} rezultatai ir išsikreivavimo formos:



14 pav. Kolonos iš horizontaliai išdėstytų dvimačių baigtinių elementų klumpimo formos ir jų kritinės jėgos įtvirtinimui Nr. 1:

- 1) $F_{cr} = 0,33$ MN; 2) $F_{cr} = 0,78$ MN; 3) $F_{cr} = 1,28$ MN; 4) $F_{cr} = 1,82$ MN

Kadangi šio modelio rezultatai sutampa su modelio iš vertikalių plokštelių rezultatais, nuspręsta kintamo skerspjūvio nemodeliuoti dėl sudėtingumo ir lėto analizės atlikimo, kadangi šiame modelyje figuruoja tūkstančiai elementų. Dėl to iškart pereita prie kito, racionalesnio šiam atvejui modeliavimo būdo – vertikaliai išdėstytomis plokštelėmis.

6 lentelė. Kolonos iš horizontaliai išdėstytų plokštelių elementų klupimo formų kritinės jėgos F_{cr} skirtingiems įtvirtinimams, MN

Įtvirtinimo Nr.	Klupimo forma			
	Nr. 1	Nr. 2	Nr. 3	Nr. 4
1.	0,33	0,85	1,36	1,36
2.	1,30	1,33	1,36	1,37
3.	1,33	1,36	1,37	1,38
4.	1,36	1,36	1,38	1,38
5.	1,32	1,36	1,37	1,38

Modeliavimas vertikaliai išdėstytomis plokštelėmis

Modeliavimo vertikaliai išdėstytomis plokštelėmis principą geriausiai nusako pats pavadinimas. Plokštelės išdėstomos vertikaliai, jungiant vienas su kitomis, priskiriant atitinkamus storių. Šis būdas yra racionalus ir taupus, nes elementų yra palyginus mažai (daug mažiau, nei prieš tai aprašytame metode), todėl analizė atliekama labai greitai ir mažesnė tikimybė įvelti žmogiškąją klaidą. Taip pat, modeliavimas šiuo metodu yra daug lengvesnis ir suprantamesnis. Šis būdas sunkesnis už horizontaliomis plokštelėmis išdėstyto metodą tik apkrovų priskyrimu.

Ant horizontalių plokštelių galima priskirti plote išskirstytą apkrovą, todėl tai labai paprasta, o vertikaliai išdėstytų plokštelių medodu apkrovą teisingai pridėti yra kiek kebliau. Visas kolonos lentynas turi veikti vienodi įtempiai, bet kadangi lentynos yra skirtingų storių, jas veikia nevienodos jėgos. Norint teisingai pridėti apkrovą, reikia apskaičiuoti, kokios jėgos veiks skirtingus kolonos mazgus. Tai atliekama apskaičiuojant bendrą paviršiaus plotą:

$$A = \sum A_n; \quad (47)$$

Iš to gaunama bendra įtempių reikšmė:

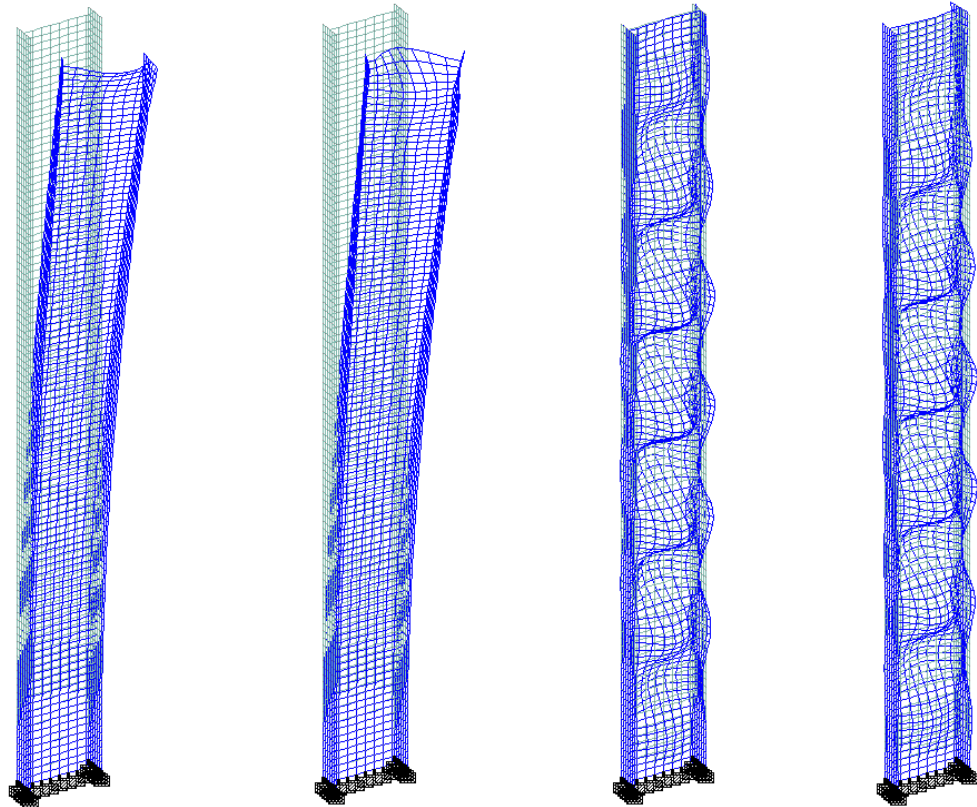
$$\sigma = \frac{F}{A}; \quad (48)$$

Turint įtempių reikšmę ir atskirų lentynų plotus, galima apskaičiuoti lentynas, o po to ir mazgus veikiančias jėgas:

$$F_n = A_n \sigma. \quad (49)$$

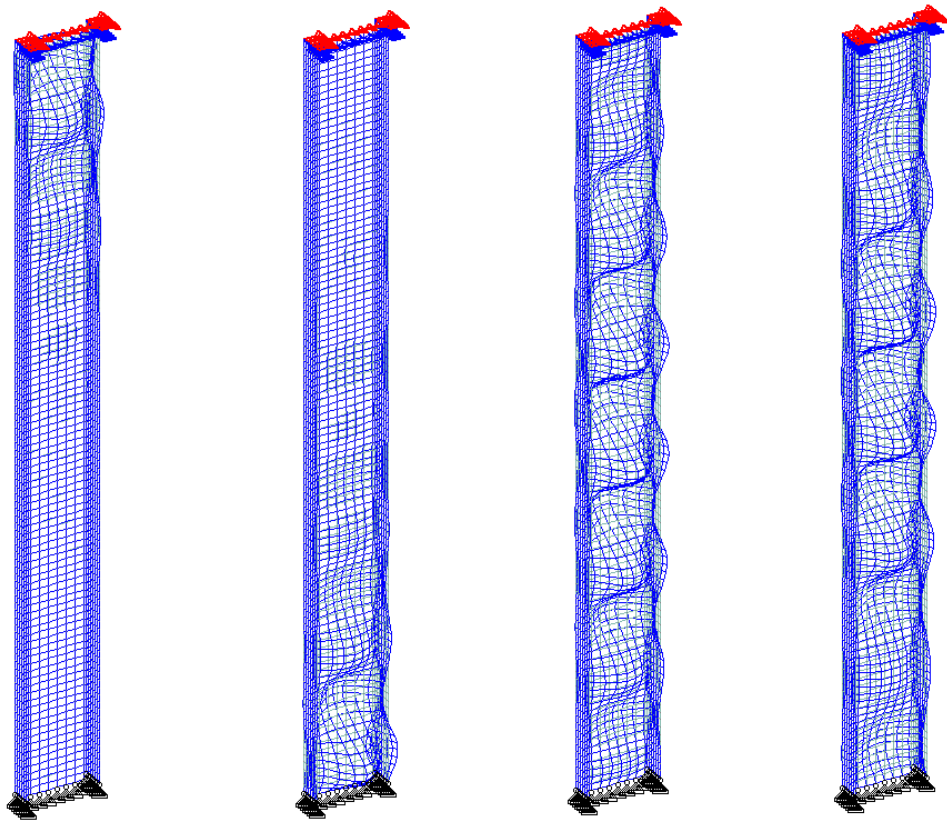
Gautas koncentruotas jėgas pridėjus į atitinkamus mazgus galima atlikti klumpo analizę. Norint patikrinti, ar jėgos pridėtos gerai, per įtvirtinimus simetriškame modelyje reikia atkreipti dėmesį į poslinkių reikšmes, atlikus analizę. Jei jėgos pridėtos tinkamai, visi kolonos viršutiniai taškai jėgos veikimo kryptimi pasislinks vienodai.

Vertikaliai išdėstytomis plokštelėmis buvo sumodeliuota pastovaus skerspjūvio kolona ir atlikus analizę, bei įsitikinus, kad apkrovos buvo pridėtos teisingai, užfiksuoti rezultatai.



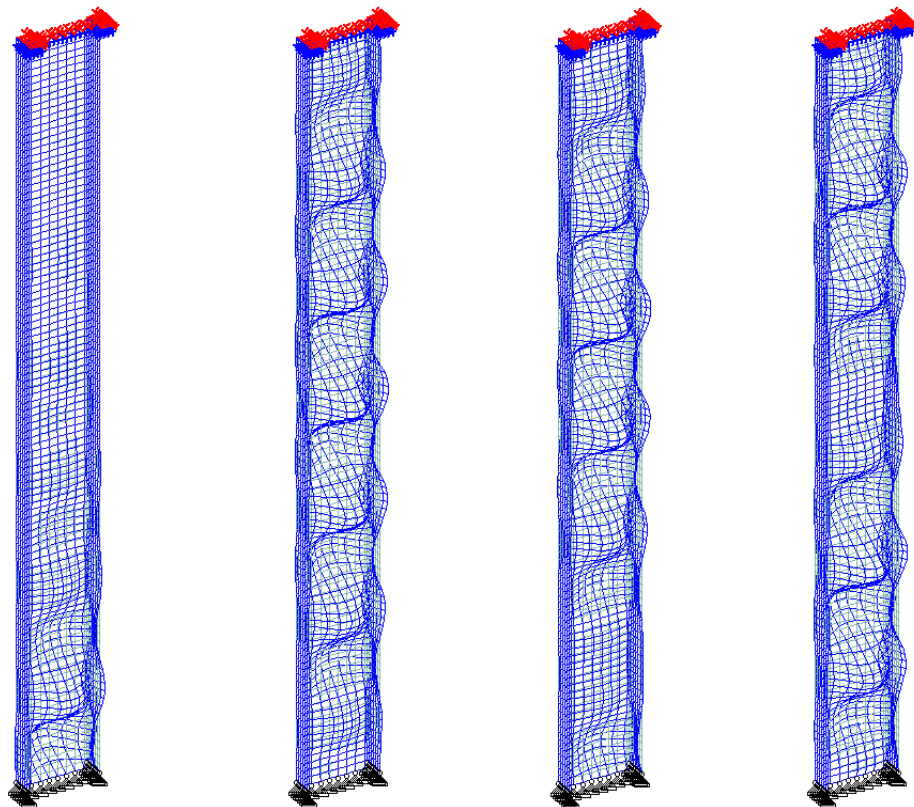
15 pav. Kritinės jėgos F_{cr} reikšmės ir klumpo formos įtvirtinimui Nr. 1:

- 1) $F_{cr} = 0,33$ MN; 2) $F_{cr} = 0,85$ MN; 3) $F_{cr} = 1,36$ MN; 4) $F_{cr} = 1,36$ MN



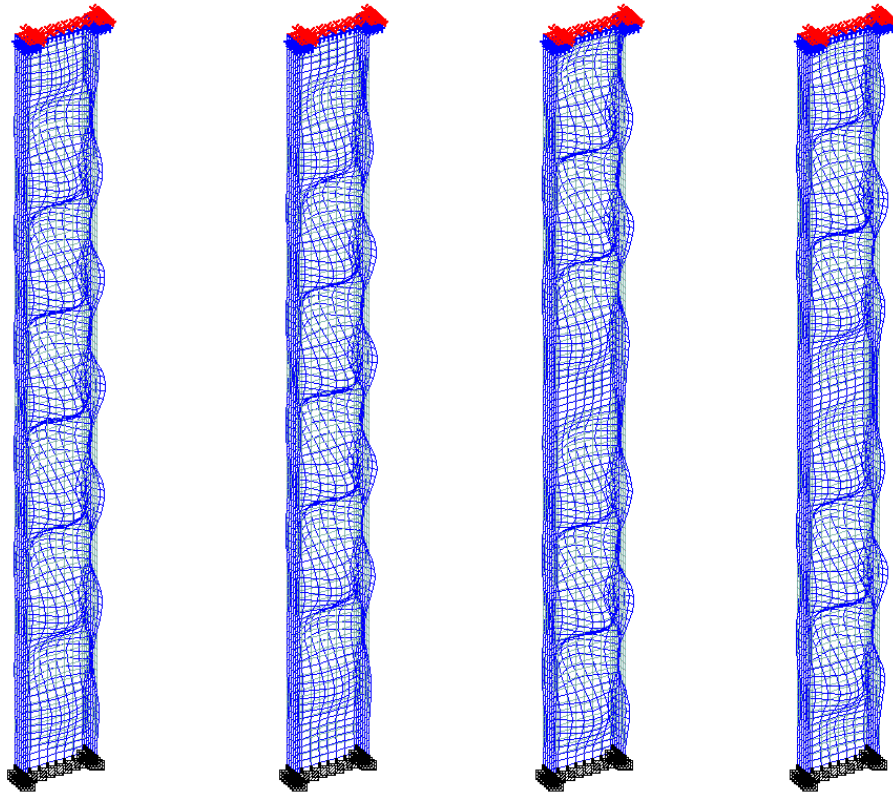
16 pav. Kritinės jėgos F_{cr} reikšmės ir klupumo formos įtvirtinimui Nr. 2:

- 1) $F_{cr} = 1,30$ MN; 2) $F_{cr} = 1,33$ MN; 3) $F_{cr} = 1,36$ MN; 4) $F_{cr} = 1,37$ MN



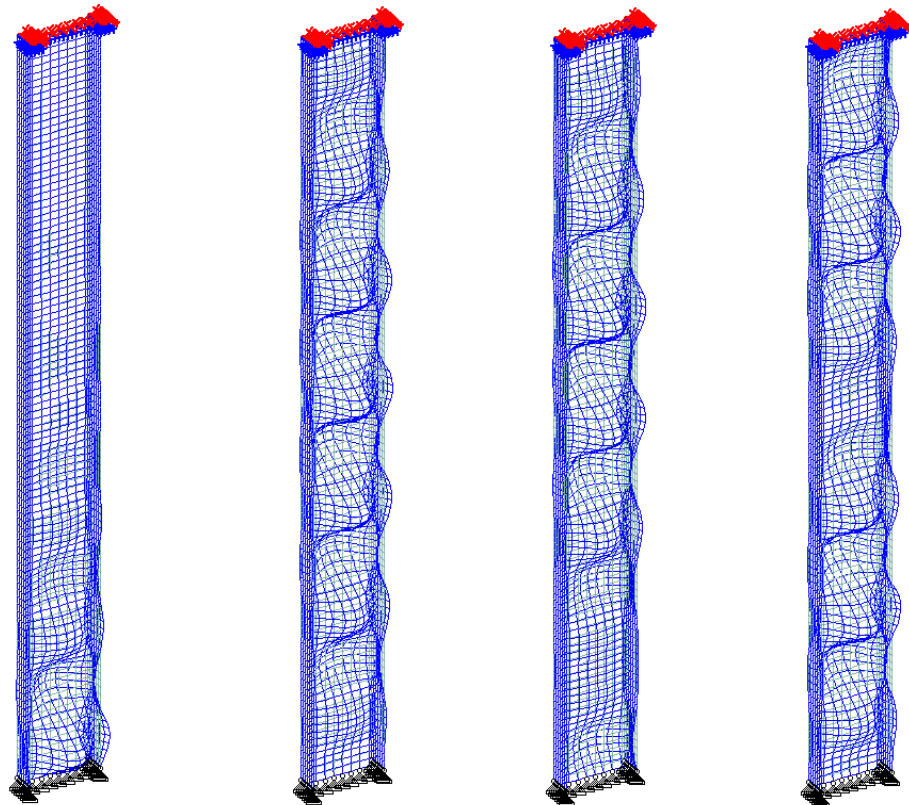
17 pav. Kritinės jėgos F_{cr} reikšmės ir klupumo formos įtvirtinimui Nr. 3:

- 1) $F_{cr} = 1,33$ MN; 2) $F_{cr} = 1,36$ MN; 3) $F_{cr} = 1,37$ MN; 4) $F_{cr} = 1,38$ MN



18 pav. Kritinės jėgos F_{cr} reikšmės ir klumpo formos įtvirtinimui Nr. 4:

1) $F_{cr} = 1,36$ MN; 2) $F_{cr} = 1,36$ MN; 3) $F_{cr} = 1,38$ MN; 4) $F_{cr} = 1,38$ MN



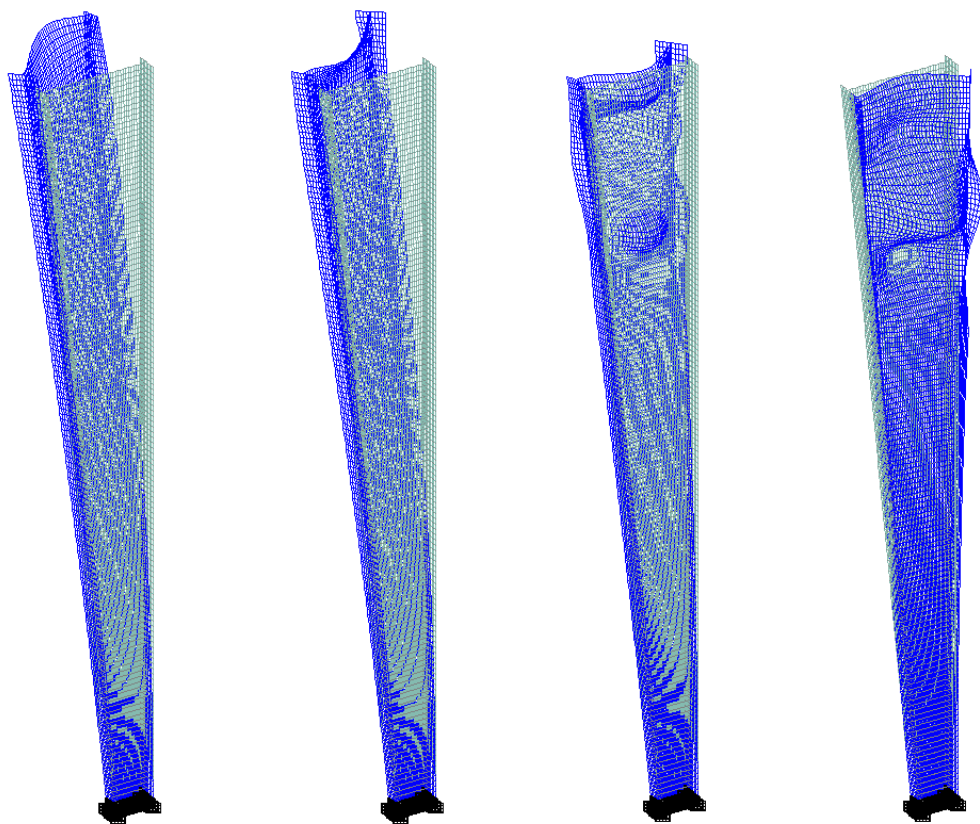
19 pav. Kritinės jėgos F_{cr} reikšmės ir klumpo formos įtvirtinimui Nr. 5:

1) $F_{cr} = 1,32$ MN; 2) $F_{cr} = 1,36$ MN; 3) $F_{cr} = 1,37$ MN; 4) $F_{cr} = 1,38$ MN

7 lentelė. Kolonos iš vertikalčiai išdėstytų plokštelių elementų klupimo formų kritinės jėgos F_{cr} skirtingiems įtvirtinimams, MN

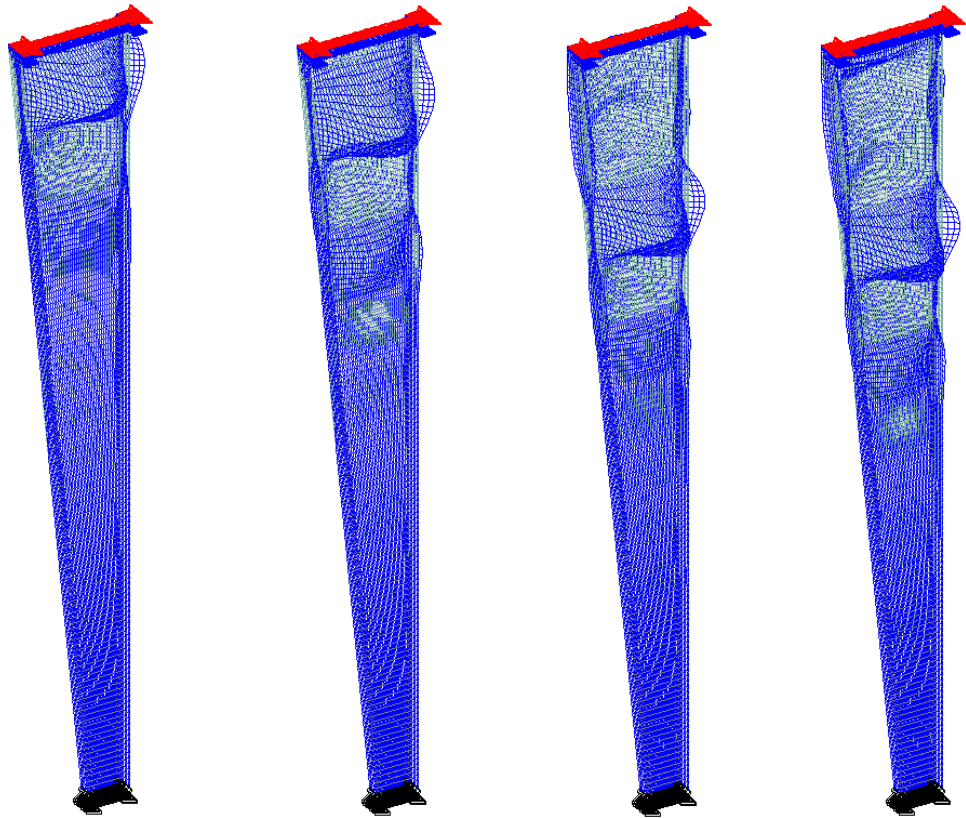
Įtvirtinimo Nr.	Klupimo forma			
	Nr. 1	Nr. 2	Nr. 3	Nr. 4
1.	0,33	0,85	1,36	1,36
2.	1,30	1,33	1,36	1,37
3.	1,33	1,36	1,37	1,38
4.	1,36	1,36	1,38	1,38
5.	1,32	1,36	1,37	1,38

Sumodeliavus kintamo skerspjūvio koloną, gauti kritinės jėgos rezultatai:



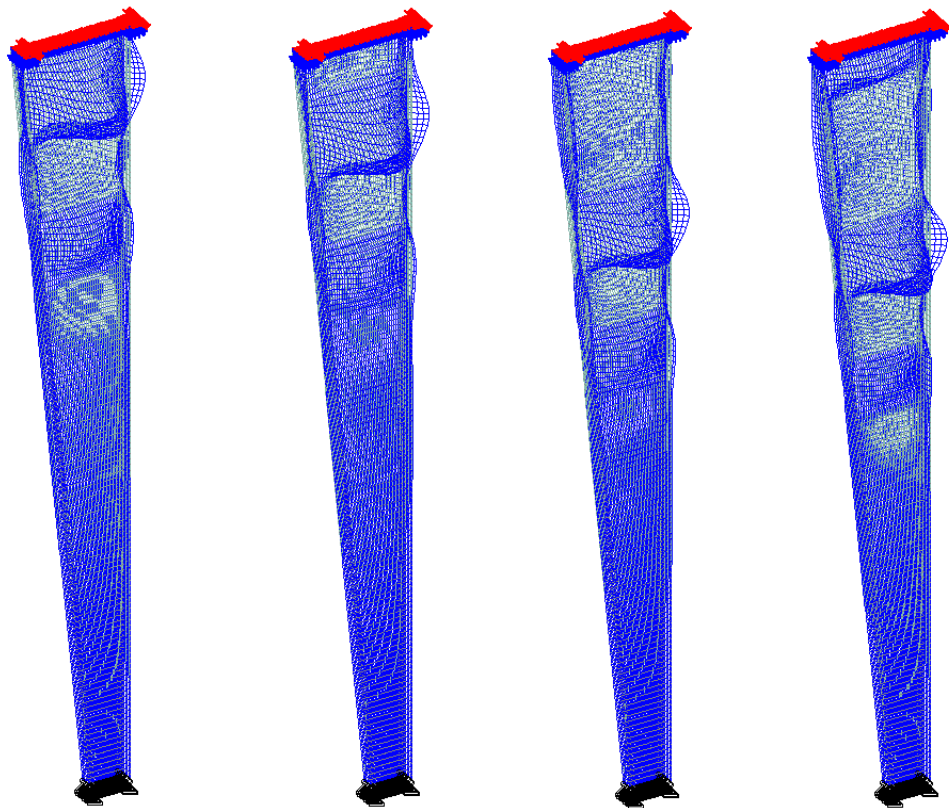
20 pav. Kritinės jėgos F_{cr} reikšmės ir klupimo formos įtvirtinimui Nr. 1:

1) $F_{cr} = 0,32$ MN; 2) $F_{cr} = 0,53$ MN; 3) $F_{cr} = 0,89$ MN; 4) $F_{cr} = 0,95$ MN



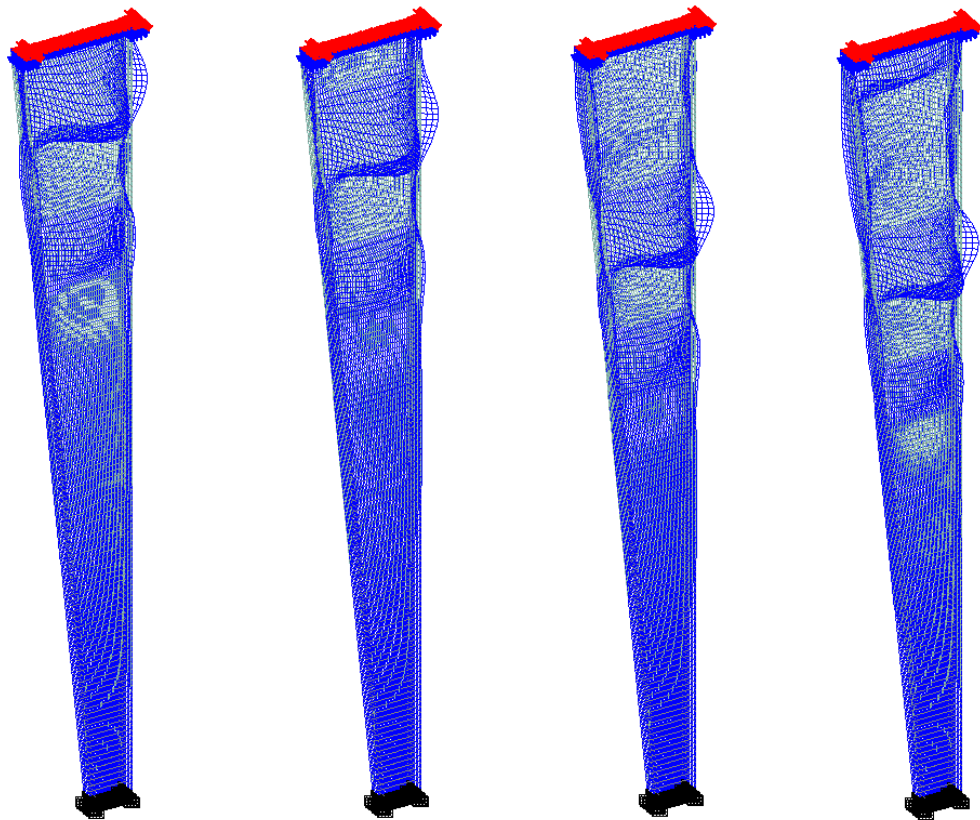
21 pav. Kritinės jėgos F_{cr} reikšmės ir klupumo formos įtvirtinimui Nr. 2:

1) $F_{cr} = 0,73$ MN; 2) $F_{cr} = 0,87$ MN; 3) $F_{cr} = 0,95$ MN; 4) $F_{cr} = 1,04$ MN



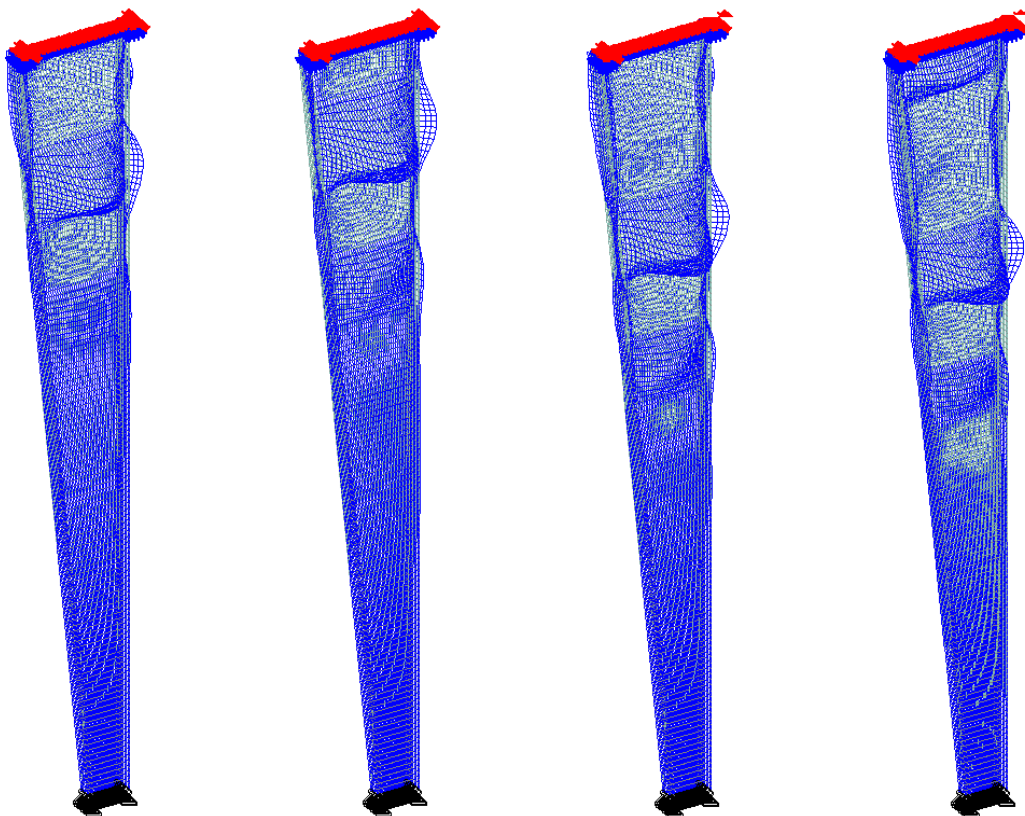
22 pav. Kritinės jėgos F_{cr} reikšmės ir klupumo formos įtvirtinimui Nr. 3:

1) $F_{cr} = 0,85$ MN; 2) $F_{cr} = 0,88$ MN; 3) $F_{cr} = 1,02$ MN; 4) $F_{cr} = 1,06$ MN



23 pav. Kritinės jėgos F_{cr} reikšmės ir klupimo formos įtvirtinimui Nr. 4:

- 1) $F_{cr} = 0,85$ MN; 2) $F_{cr} = 0,88$ MN; 3) $F_{cr} = 1,02$ MN; 4) $F_{cr} = 1,06$ MN



24 pav. Kritinės jėgos F_{cr} reikšmės ir klupimo formos įtvirtinimui Nr. 5:

- 1) $F_{cr} = 0,87$ MN; 2) $F_{cr} = 0,89$ MN; 3) $F_{cr} = 1,04$ MN; 4) $F_{cr} = 1,07$ MN

8 lentelė. Kintamo skerspjūvio kolonos iš vertikaliai išdėstytų plokštelių elementų klupimo formų kritinės jėgos F_{cr} skirtingiems įtvirtinimams, MN

Įtvirtinimo Nr.	Klupimo forma			
	Nr. 1	Nr. 2	Nr. 3	Nr. 4
1.	0,32	0,53	0,89	0,95
2.	0,73	0,87	0,95	1,04
3.	0,85	0,88	1,02	1,06
4.	0,85	0,88	1,02	1,06
5.	0,87	0,89	1,04	1,07

2.3. Rezultatų gretinimas ir tarpinės išvados

Atlikus tyrimą keliais skirtingais būdais, buvo gautos kritinės klupimo jėgos reikšmės:

9 lentelė. Apibendrinti pradinių tyrimų kritinių klupimo jėgų rezultatai, MN

Nr.	Variantai	Įtvirtinimas				
		Nr. 1	Nr. 2	Nr. 3	Nr. 4	Nr. 5
1.	Analizinis būdas	0,32	1,29	2,63	5,15	-
2.	Iš 2 baigtinių elementų	0,32	1,29	2,63	5,15	-
3.	Iš 4 baigtinių elementų	0,32	1,29	2,63	5,15	-
4.	Iš 8 baigtinių elementų	0,32	1,29	2,63	5,15	-
5.	Iš 16 baigtinių elementų	0,32	1,29	2,63	5,15	-
6.	Pagal STR pateikiamą skaičiavimo metodiką	0,26	0,87	1,71	2,97	-
7.	Atsargos koeficientas tarp analizinio būdo ir STR pateikiamos metodikos	1,23	1,48	1,53	1,73	-
8.	Pagal Eurocode 3 apie elemento stipriąją ašį	-	45,91	-	-	-
9.	Analizinis būdas apie elemento stipriąją ašį (analogiškas STR)	-	71,15	-	-	-
10.	Koeficientas tarp analizinio būdo ir Eurocode 3 metodikos	-	1,55	-	-	-

Iš tyrimo rezultatų matyti, kad abiejuose skaičiavimų variantuose, kur buvo atsižvelgta tik į visuotinį klupimą (analiziniu ir strypinių elementų būdais), rezultatai sutapo 1% ribose. Plokštelių metodais apskaičiuoti modelių rezultatai skyrėsi nemažai dėl vietinio klupimo atsiradimo. Būtent dėl šio reiškinio pastovaus skerspjūvio iš strypinių ir plokštelių elementų kritinės jėgos reikšmė penktajam (labiausiai realybę atitinkančiam) modeliui skyrėsi 48%. Vietinis klupimas pasireiškė dvitėjinio profilio vidurinėje sienelėje, tad logiška, kad esant ilgesnei sieniei ir jėgai veikiant su nedideliu ekstretricetu, klupimas pradeda veikti anksčiau. Vidinės sienelės ilgiui padidėjus nuo

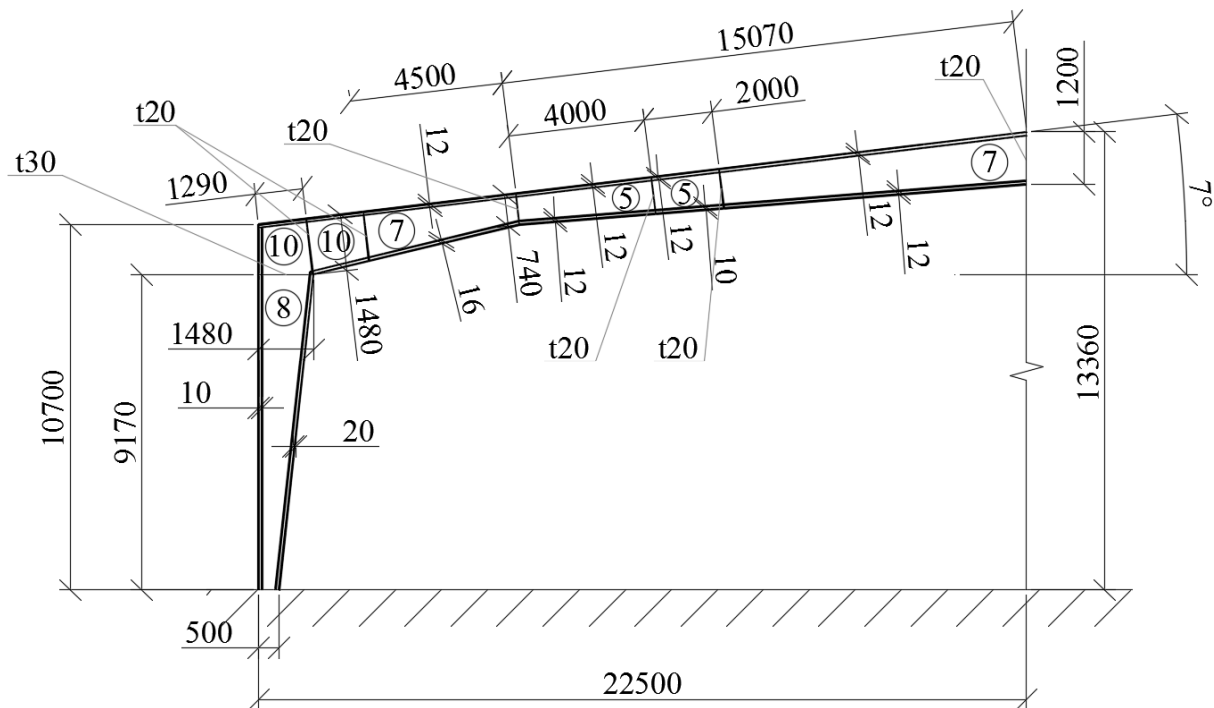
960mm (pastovaus skerspjūvio) iki 1450mm (kintamo skerspjūvio viršutinėje dalyje), klupumo jėga penktajam įtvirtinimui sumažėjo 34%. Kaip matyti iš rezultatų, vietinis klupimas, nepriklausomai nuo įtvirtinimo tipo, pradeda pasireikšti pastovaus skerspjūvio modelyje prie $\approx 1,32$ MN, o kintamo skerspjūvio modelyje prie $\approx 0,87$ MN. Visuose modeliuose, įskaitant analizinį, standžiai vienu galu įtvirtinta kolona klupo (visuotinis klupimas) prie tos pačios kritinės jėgos.

Atlikti kolonų pastovumo tyrimai pagal lietuviškas ir tarptautines projektavimo normas. Rezultatai tarp tarptautinių projektavimo normų ir klasikinių analizinių tyrimų (taip pat ir STR pateiktos metodikos) skyrėsi 1,55 karto. Rezultatai tarp klasikinio sprendimo metodo ir lietuviškų projektavimo normų ir klasikinių analizinių – 1,53 karto. Tolimesniems tyrimams, kaip perėjimui nuo baigtinių elementų metodo į lietuviškas projektavimo normas, bus naudojamas saugos koeficientas, kuris yra lygus klasikinio analizinio pastovumo tyrimo pagal Oilerį, kurio reikšmės sutampa su baigtinių elementų metodu gautoms reikšmėms, ir lietuviškose normose pateiktų pastovumo tyrimo metodų reikšmių santykiui – 1,53.

III. UOSTO SANDĖLIO PASTOVUMO TYRIMAS

3.1. Uždavinio prielaidos. Apkrovos

Projektuojamas sandėlio rėmas, pritaikytas Klaipėdos regiono klimatinėms sąlygoms. Rėmas sudarytas iš kintamo skerspjūvio aukščio plieninių dvitėjų profiliuotųjų. Viso pastato ilgis – 138,0 m, rėmų žingsnis – 9,0 m.



25 pav. Sandėlio rėmo matmenys

Apkrovos

Sniego apkrova

Sniegas ant stogo gali susikaupti įvairiomis formomis. Tai priklauso nuo stogo geometrijos, jo terminių savybių, paviršiaus nelygumo, per stogą išskiriamos šilumos kiekio, gretimų pastatų artumo, vietovės aplinkos ir vietinio klimato. Ypatingą reikšmę turi vėjuotumas, temperatūros kintamumas ir krituliai (lietus ir sniegas). Be to, gali būti susikaupę skirtingų krypčių, vieno ar kelių snigimų sniego.

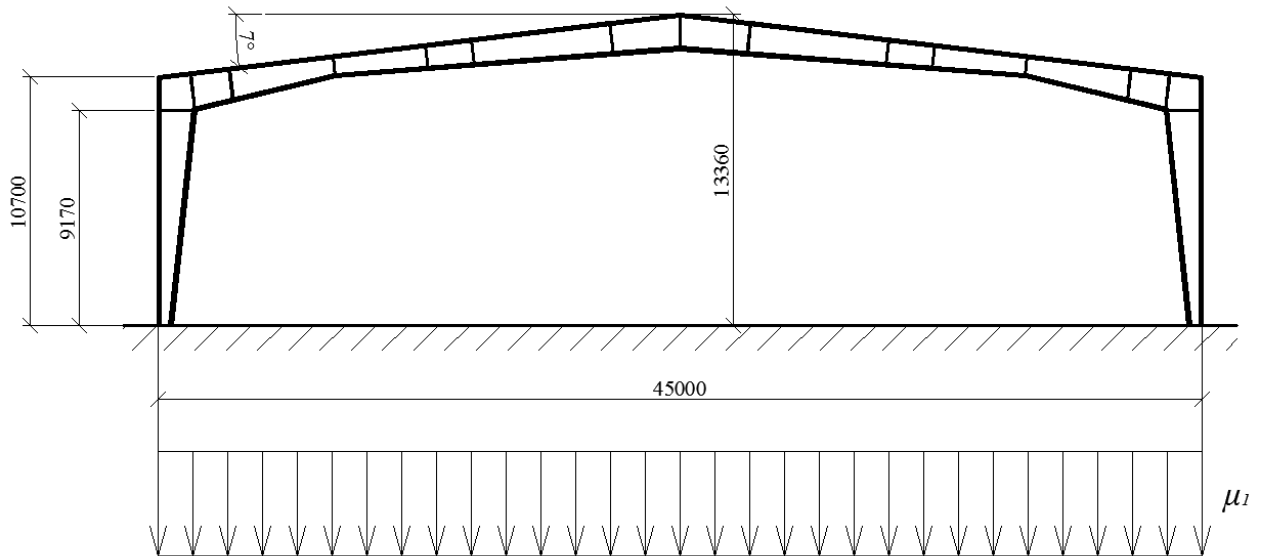
Nustatant sniego apkrovą, pirmiausia įprasta pasirinkti tolygiai paskirstytą sniegą, susikaupusi ramaus oro sąlygomis, ir įvertinti stogo formą, sniego pustymą ir tirpimą.

Sniego apkrovos dydis į stogo horizontaliąją projekciją nustatomas pagal formulę:

$$s_k^* = \mu_i \cdot C_e \cdot C_t \cdot s_k, \quad (50)$$

čia s_k – sniego dangos ant 1 m^2 horizontaliojo žemės paviršiaus svorio charakteristinė reikšmė, kuri projektuojamame regione yra lygi $s_k = 1,2 \text{ kPa}$;
 μ_i – stogo sniego apkrovos formos koeficientas, priimamas lygus $1,0$;
 c_e – atodangos koeficientas, priimamas lygus $1,0$;
 c_t – terminis koeficientas, priklausantis nuo energijos nuostolių per stogą ar kitos energijos įtakos, priimamas lygus $1,0$.

Sniego pasiskirstymo ant stogo schema pateikiama paveiksle:



26 pav. Sniego apkrovos ant stogo išdėstymo schema

Skaičiuojama charakteristinė sniego apkrova:

$$s_k^* = 1,0 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1,2 = 1,2 \text{ kN/m}^2 \text{ (charakteristinė apkrova)}$$

Apskaičiuojama sniego poveikio skaičiuojamoji apkrova:

$$s = s_k^* \cdot \gamma_a, \quad (51)$$

čia γ_a – sniego poveikio dalinis patikimumo koeficientas, priimamas lygus $1,3$.

$$s = 1,2 \cdot 1,3 = 1,56 \text{ kPa}.$$

Sniego apkrova priima $s = 1,56 \text{ kPa}$

Vėjo apkrova

Pastatas statomas Klaipėdoje, III vėjo rajone. Skaičiuojant, vėjo poveikis išreiškiamas kaip slėgis arba jėga. Vėjo slėgis veikia statmenai konstrukcijos paviršiui, išskyrus atvejus, kai nurodyta kitaip. Skaičiavimams paprastai naudojami šie rodikliai:

Vidutinė slėgio į išorinius konstrukcijos paviršius dedamoji:

$$\omega_{me} = q_{ref} \cdot c(z) \cdot c_e, \quad (52)$$

čia c_e – išorinio slėgio aerodinaminis koeficientas;

$c(z)$ – koeficientas, priklausantis nuo vietovės reljefo, vietovės tipo, aukščio nuo žemės paviršiaus;

q_{ref} – atskaitinis vėjo slėgis, nustatomas pagal formulę:

$$q_{ref} = \frac{\rho}{2} \cdot v_{ref}^2, \quad (53)$$

čia ρ – oro tankis, priklauso nuo temperatūros ir slėgio, altitudės. Konkrečiai vietai imamas toks, koks būtų audros metu. Paprastai $\rho = 1,25 \text{ kg/m}^3 = 12,5 \text{ N/m}^3$.

v_{ref} – atskaitinis vėjo greitis.

$$v_{ref} = c_{dir} \cdot c_{temp} \cdot c_{alt} \cdot v_{ref,0}. \quad (54)$$

čia $v_{ref,0}$ – vėjo greičio pagrindinė atskaitinė reikšmė, III rajone lygi $32,00 \text{ m/s}$;

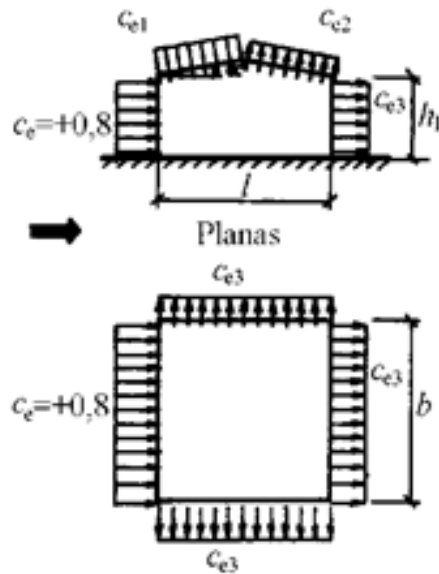
c_{dir} – krypties koeficientas, lygus 1,0;

c_{temp} – laikotarpio (sezono) koeficientas, lygus 1,0;

c_{alt} – aukščio virš jūros lygio koeficientas, lygus 1,0.

$$v_{ref} = 32 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 32 \text{ m/s}$$

$$q_{ref} = \frac{1,25}{2} \cdot 32^2 = 640,0 \text{ Pa}$$



27 pav. Koeficientų c_e skaičiavimo schema (STR 2.05.04:2003)

Koeficientų apskaičiavimui reikalinga nustatyti rėmo aukščio ir tarpatramio, bei sandėlio ilgio ir tarpatramio santykius:

$$\frac{h_1}{l} = \frac{13,36}{45} = 0,297.; \quad \frac{b}{l} = \frac{45}{138} = 0,326.$$

10 lentelė. c_{e1} ir c_{e2} reikšmių nustatymas

Koeficientas	$\alpha, ^\circ$	c_{e1}, c_{e2} reikšmės, kai h_1/l lygus		
		0,00	0,297	0,5
c_{e1}	0,00	0,00	-0,36	-0,60
	7,00	+0,07	-0,29	-0,53
	20,00	+0,20	-0,16	-0,40
c_{e2}	<60	-0,4	-0,4	-0,4

11 lentelė. c_{e3} reikšmių nustatymas

b/l	c_{e3} reikšmės, kai h_1/l lygus		
	$\leq 0,5$	1	≥ 2
≤ 1	-0,40	-0,50	-0,60
≥ 2	-0,50	-0,60	-0,60

Nustatytos c_e koeficientų reikšmės:

$$c_{e1} = -0,29; \quad c_e = 0,8$$

$$c_{e2} = -0,4; \quad c_{e3} = -0,4$$

Toliau skaičiuojamas koeficientas c_m pagal formulę:

$$c_m = \frac{c_1 \cdot z_1 + c_2 \cdot z_2 + c_3 \cdot z_3}{z_1 + z_2 + z_3} \quad (55)$$

čia z – aukštis nuo žemės paviršiaus.

$$z_1 = 5\text{m} \rightarrow c_1 = 0,75$$

$$z_2 = 5 \div 10\text{m} \rightarrow c_2 = 1,0$$

$$z_3 = 10 \div 20\text{m} \rightarrow c_3 = 1,25$$

$$c_m = \frac{5 \cdot 0,75 + 5 \cdot 1,0 + 3,36 \cdot 1,25}{13,36} = 0,97.$$

Slėgis į vidinius konstrukcijos paviršius ω_i apskaičiuojamas pagal išraišką:

$$\omega_i = q_{ref} \cdot c_m \cdot c_i, \quad (56)$$

Čia: c_i – slėgio koeficientas.

Charakteringos apkrovos į konstrukcinių elementų kvadratinį metrą:

$\omega = 640 \cdot 0,97 \cdot 0,8 = 496,64 \text{ N/m}^2$	-sienai priešvėjinėje pusėje
$\omega = 640 \cdot 0,97 \cdot (-0,29) = -180,03 \text{ N/m}^2$	-stogo šlaitui priešvėjinėje pusėje
$\omega = 640 \cdot 0,97 \cdot (-0,4) = -248,32 \text{ N/m}^2$	-stogo šlaitui pavėjinėje pusėje
$\omega = 640 \cdot 0,97 \cdot (-0,4) = -248,32 \text{ N/m}^2$	-sienai pavėjinėje pusėje

Skaičiuotinės apkrovos į tiesinį skersinio rėmo metrą:

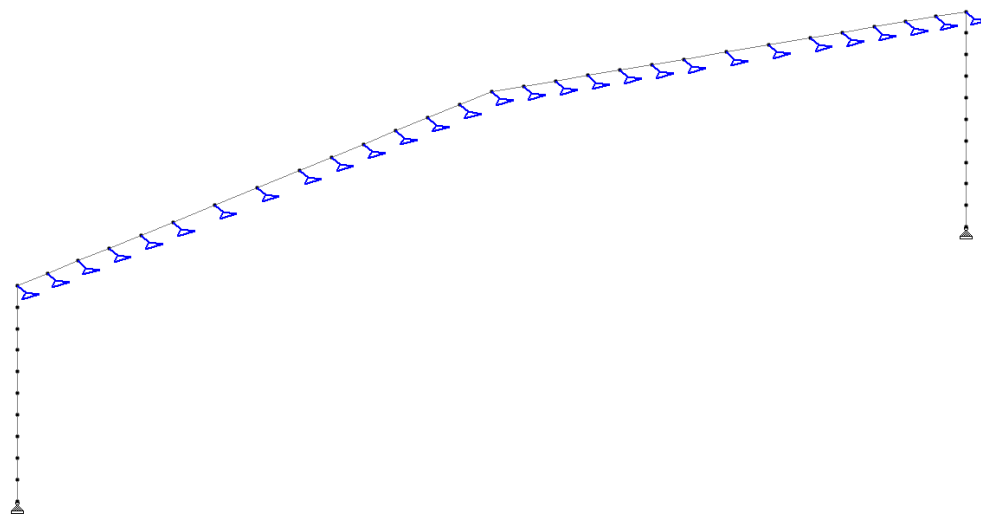
$$q_w = \omega_i \cdot \gamma_Q \cdot b, \quad (57)$$

čia b – rėmų žingsnis (šiuo atveju $b = 9,0 \text{ m}$).

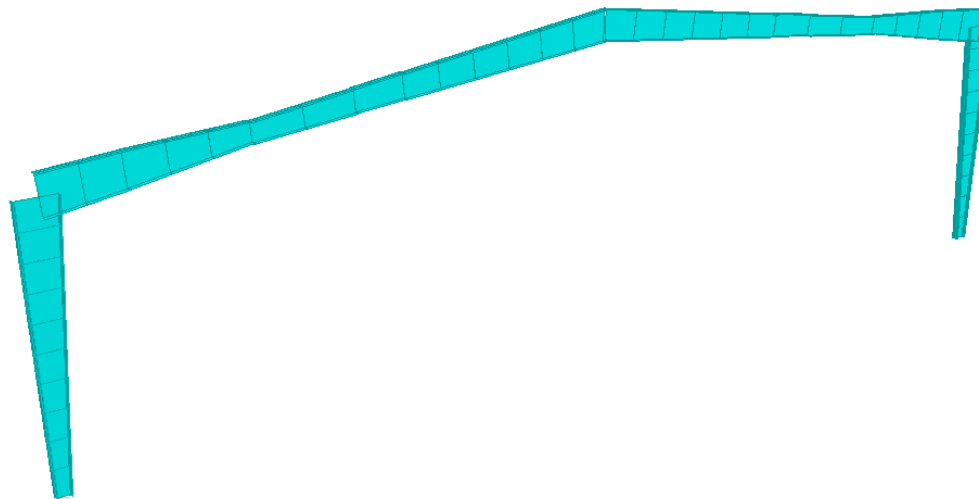
$q_w = 496,64 \cdot 1,3 \cdot 9,0 = 5,81 \text{ kN/m}$	-sienai priešvėjinėje pusėje
$q_w = -180,03 \cdot 1,3 \cdot 9,0 = -2,11 \text{ kN/m}$	-stogo šlaitui priešvėjinėje pusėje
$q_w = -248,32 \cdot 1,3 \cdot 9,0 = -2,91 \text{ kN/m}$	-stogo šlaitui pavėjinėje pusėje
$q_w = -248,32 \cdot 1,3 \cdot 9,0 = -2,91 \text{ kN/m}$	-sienai pavėjinėje pusėje

3.2. Rėmo pastovumo tyrimas vienmačiais baigtiniais elementais

Vienas iš galimų rėmo modeliavimo būdų yra strypiniais baigtiniais elementais (1D) su jiems priskirtais skerspjūviais. Vienmačiuose baigtiniuose elementuose geometrinės charakteristikos yra išreiškiamos kaip elemento savybės, todėl klupumo tyrimas parodo tik visuotinio pastovumo formas ir reikšmes.



28 pav. Rėmo iš vienmačių baigtinių elementų skaičiuojamoji schema

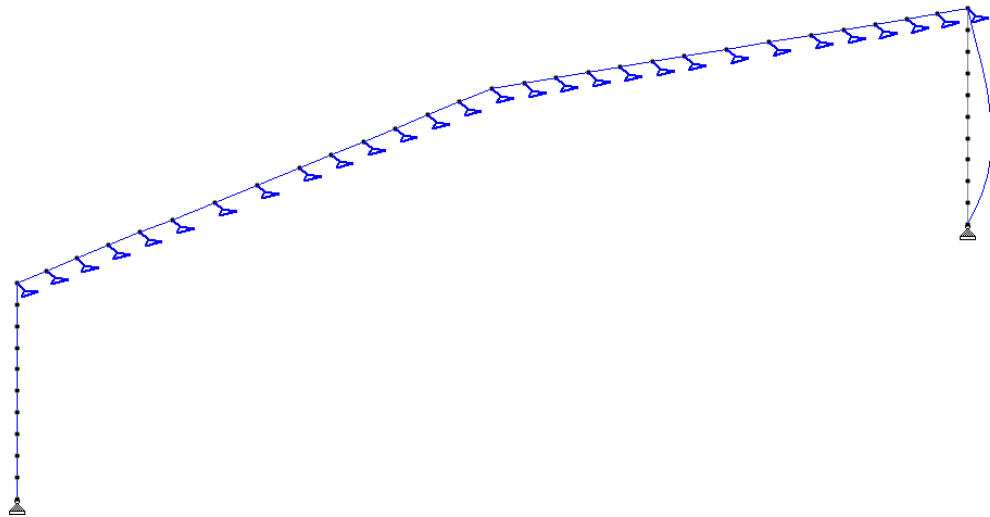


29 pav. Skaičiavimų programos sugeneruotas trimatis rėmo iš vienmačių baigtinių elementų vaizdas

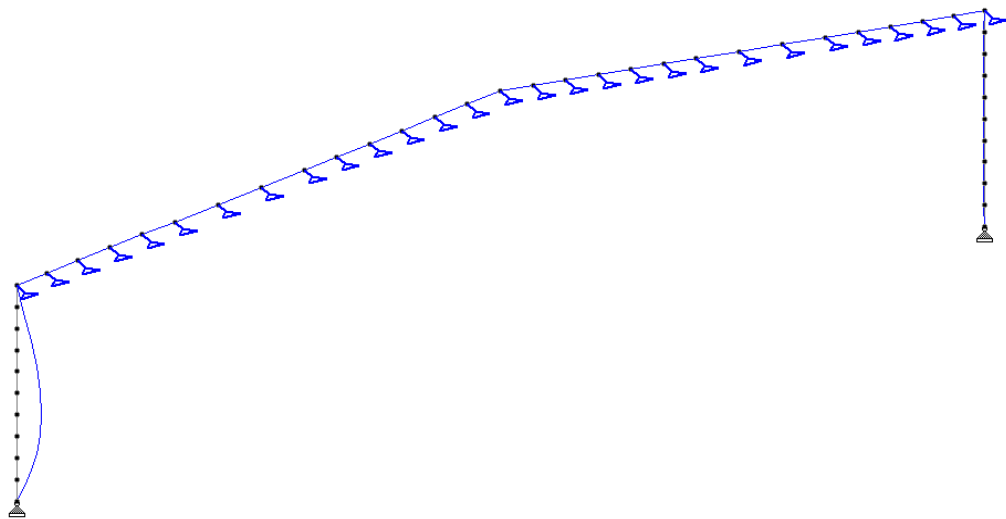
Ištyrus rėmą baigtiniais elementais, gauti rezultatai:

12 lentelė. Rėmo iš strypinių baigtinių elementų klupimo koeficientų reikšmės skirtingoms klupimo formoms

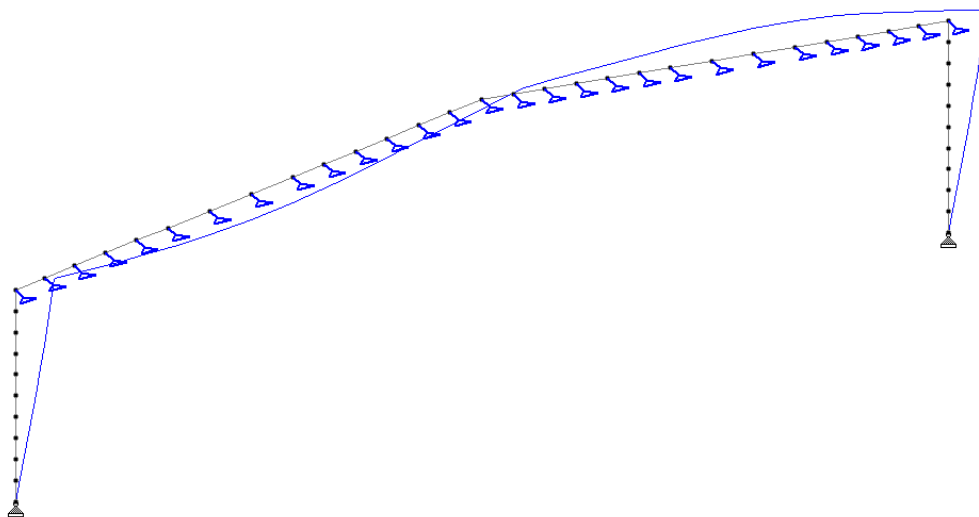
Klupimo forma	Klupimo koeficientas
1.	4,53
2.	4,70
3.	12,71
4.	18,09



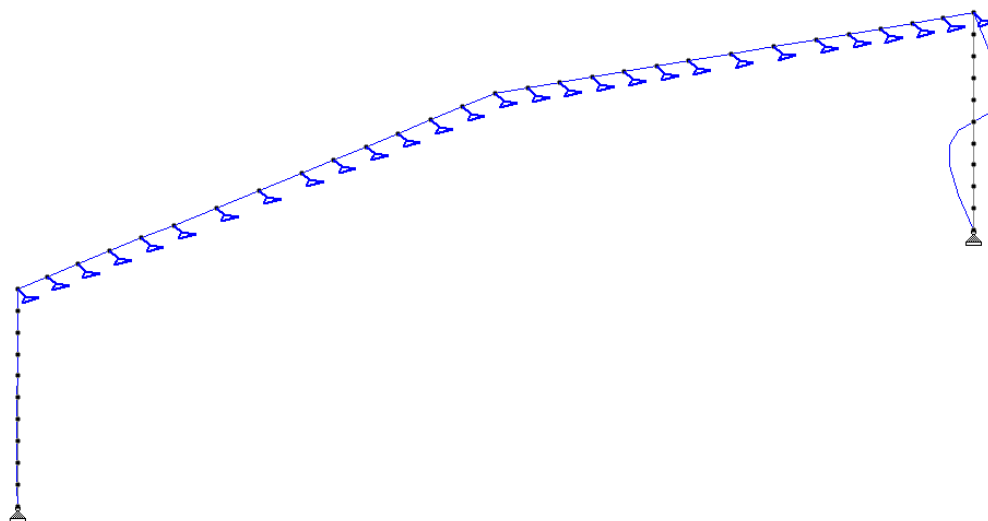
30 pav. Pirmoji rėmo iš vienmačių baigtinių elementų visuotinio pastovumo praradimo forma



31 pav. Antroji rėmo iš vienmačių baigtinių elementų visuotinio pastovumo praradimo forma



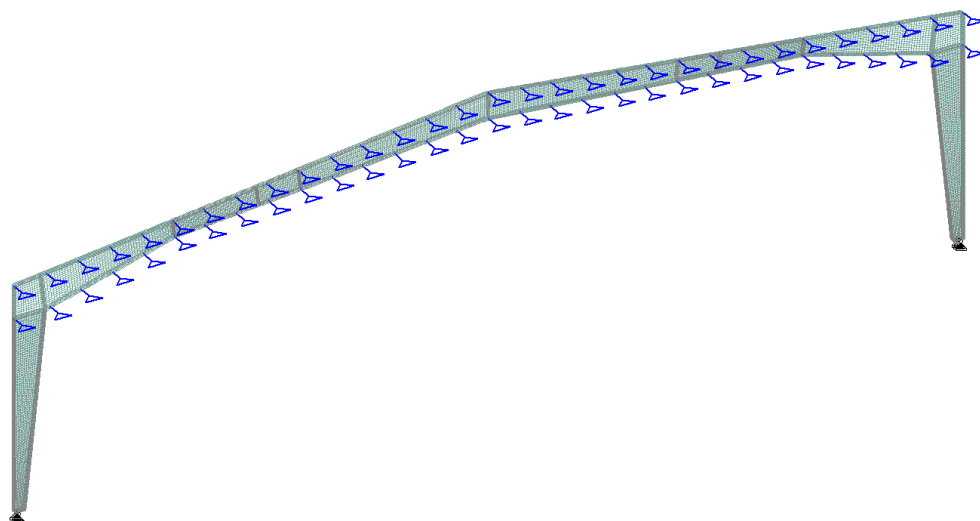
32 pav. Trečioji rėmo iš vienmačių baigtinių elementų visuotinio pastovumo praradimo forma



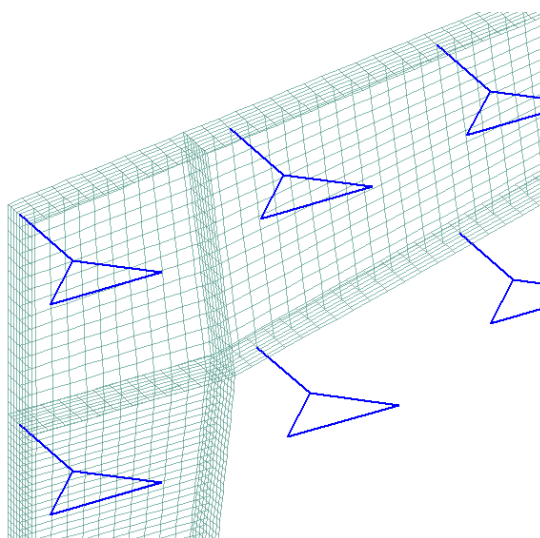
33 pav. Ketvirtoji rėmo iš vienmačių baigtinių elementų visuotinio pastovumo praradimo forma

3.3. Rėmo pastovumo tyrimas dvimačiais baigtiniais elementais

Buvo sudaryta rėmo skaičiuojamoji schema iš dvimačių baigtinių elementų (plokštelių), plokštelėms priskirti atitinkami storai, pridėtos apkrovos, bei įtvirtinimai ir atliktas pastovumo tyrimas.



34 pav. Rėmo iš dvimačių baigtinių elementų skaičiuojamoji schema



35 pav. Diskretizuota rėmo skaičiuojamoji schema

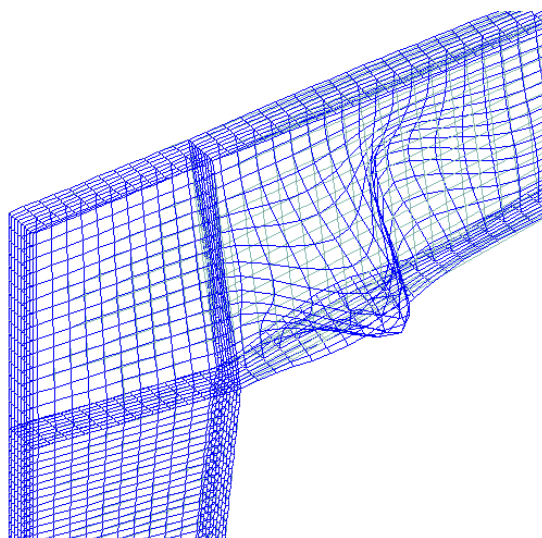
Atlikus pastovumo tyrimą, gauti rezultatai:

13 lentelė. Rėmo iš dvimačių baigtinių elementų klupimo koeficientų reikšmės skirtingoms klupimo formoms

Klupimo forma	Klupimo koeficientas
1.	1,01
2.	1,04
3.	1,09
4.	1,11

Ištyrus gautus rezultatus matyti, jog konstrukcija suprojektuota tinkamai. Pastovumo praradimas įvyks skaičiuojamąsias apkrovas padidinus 1%. Taip pat aiškiai matosi pastovumo tyrimo rezultatų nesutapimas tiriant vienmačiais ir dvimačiais baigtiniais elementais. Tiriant

konstrukciją pasitelkus dvimačius elementus, atsižvelgiama į vietinį pastovumą, kas yra labai didelis veiksnys plonasienių strypų kategorijoje.



36 pav. Vietinis rėmo sienutės klumpimas

Nors sandėlio rėmas turi 1% atsargą, negalima teigti, jog jis atitinka lietuviškas projektavimo normas. Kad jas atitektų, rėmas turi turėti bent 1,53 karto atsargą pastovumo praradimui.

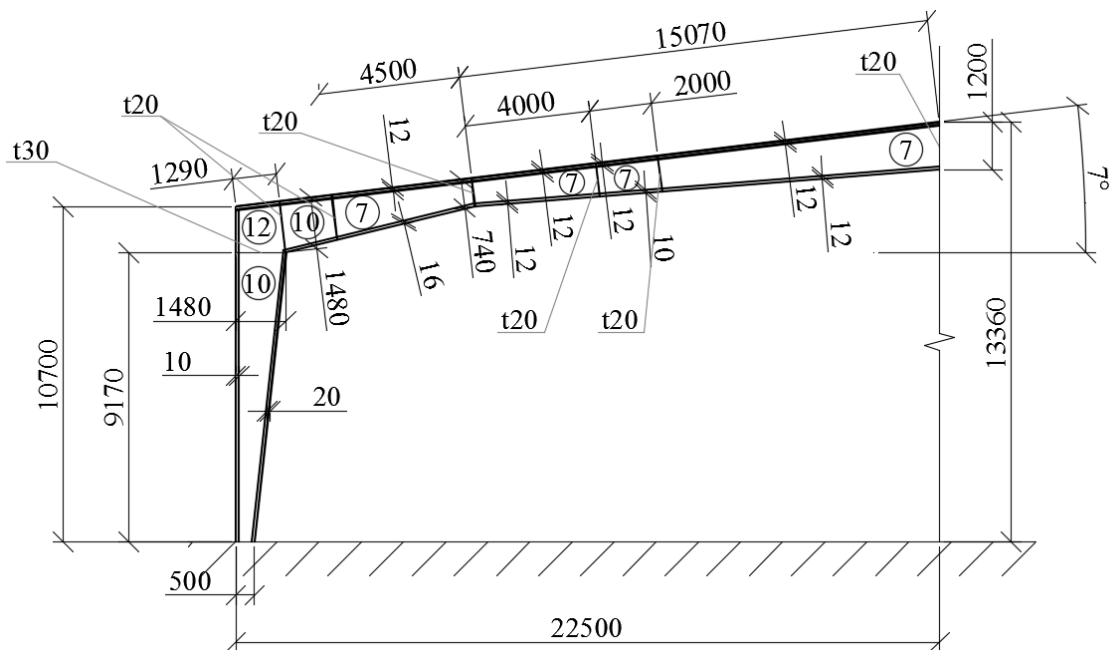
Pastovumo tyrimas atliekamas iš naujo, vis storinant klumpančias dalis, kol bus pasiekta reikiama klumpimo koeficiento reikšmė. Atlikto pastovumo tyrimo eiliškumas:

14 lentelė. Rėmo pakeitimai

Metodas	Klumpimo koeficientas	Pakeitimai
2D BE (1 žingsnis)	1,01	Pradiniai duomenys
2D BE (2 žingsnis)	1,08	Viršutinės dvitėjinės sijos sienutė pastorinta nuo 7 iki 10 mm
2D BE (3 žingsnis)	1,22	Kolonos sienutė pastorinta nuo 8 iki 10 mm
2D BE (4 žingsnis)	1,26	Viršutinės dvitėjinės sijos sienutė pastorinta nuo 5 iki 7 mm
2D BE (5 žingsnis)	1,38	Viršutinės dvitėjinės sijos sienutė pastorinta nuo 10 iki 12 mm
2D BE (paskutinis žingsnis)	1,61	Viršutinės dvitėjinės sijos sienutė pastorinta nuo 5 iki 7 mm
1D BE (perskaičiuojamas visuotinis pastovumas)	4,48	Atlikti visi aukščiau išvardinti pakeitimai

Priartėjimo metodu storinant rėmo sienelių storius, gauti lietuviškas projektavimo normas tenkinantys rezultatai. Pastebėta, kad atlikus pakeitimus konstrukcijoje nežymiai sumažėjo

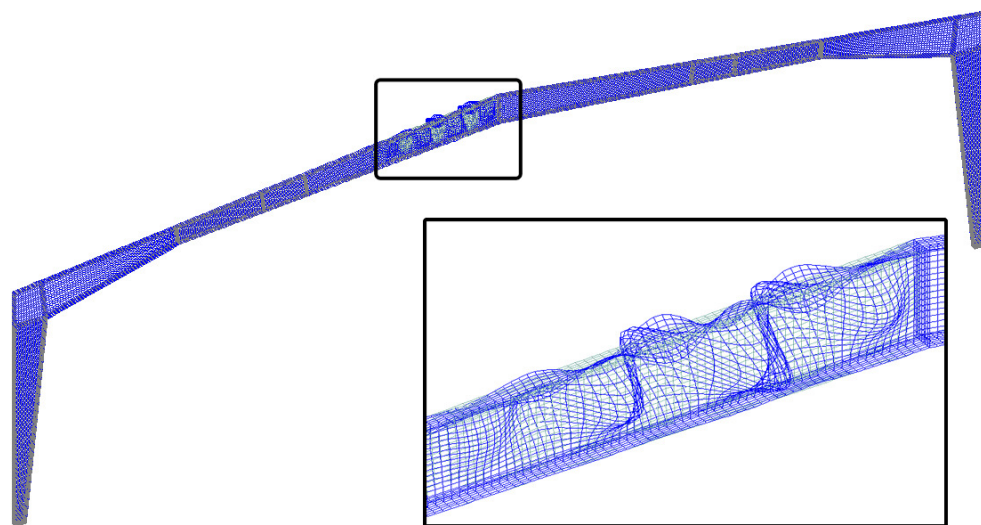
visuotinio pastovumo klupimo koeficiento reikšmė. Viso rėmo pastovumo atžvilgiu atlikti sienelių pastorinimai įtakos turėjo labai mažai ir neatsvėrė prisidėjusios papildomos savosios konstrukcijos masės sukeltų neigiamų poveikių konstrukcijos klupimui.



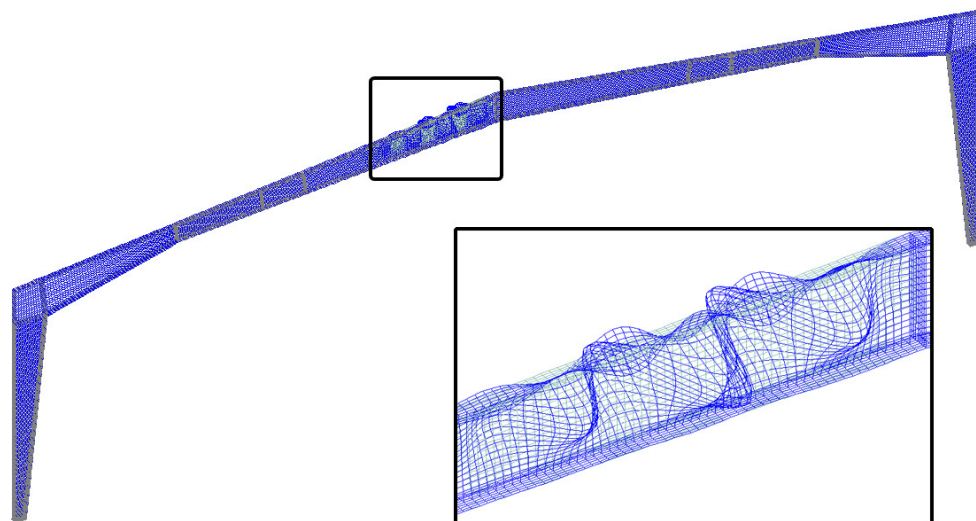
37 pav. Pakoreguoti sandėlio rėmo matmenys

15 lentelė. Pakoreguoto rėmo iš dvimačių baigtinių elementų klupimo koeficientų reikšmės skirtingoms klupimo formoms

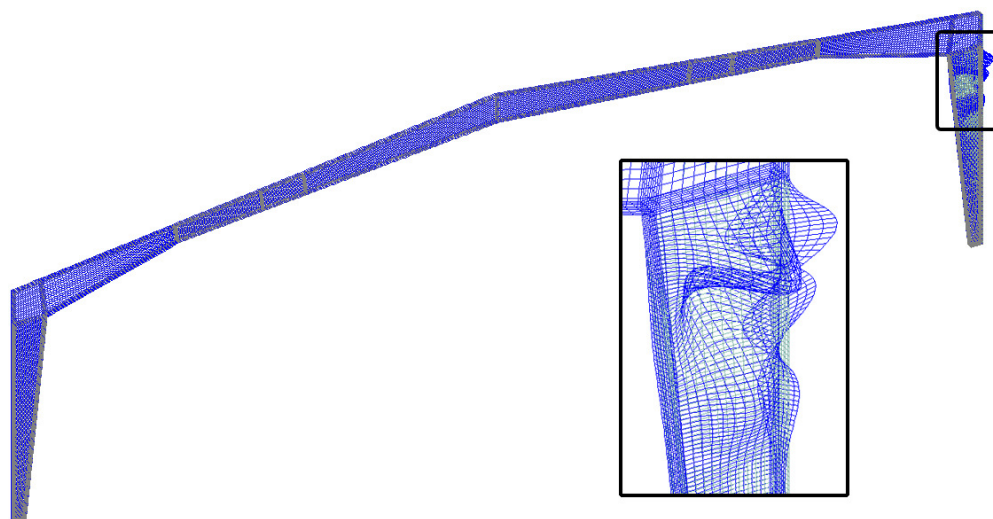
Klupimo forma	Klupimo koeficientas
1.	1,61
2.	1,62
3.	1,67
4.	1,68



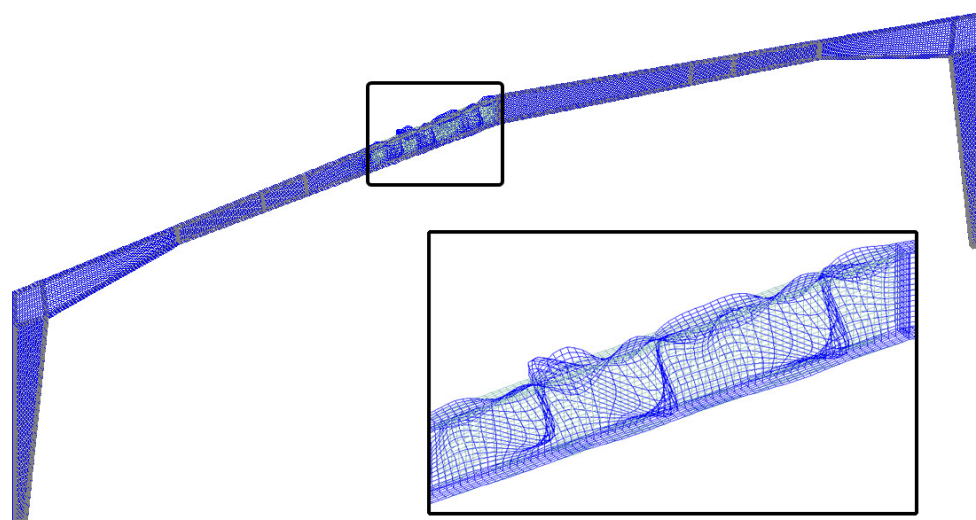
38 pav. Pirmoji rėmo iš dvimačių baigtinių elementų vietinio pastovumo praradimo forma



39 pav. Antroji rėmo iš dvimačių baigtinių elementų vietinio pastovumo praradimo forma



40 pav. Trečioji rėmo iš dvimačių baigtinių elementų vietinio pastovumo praradimo forma

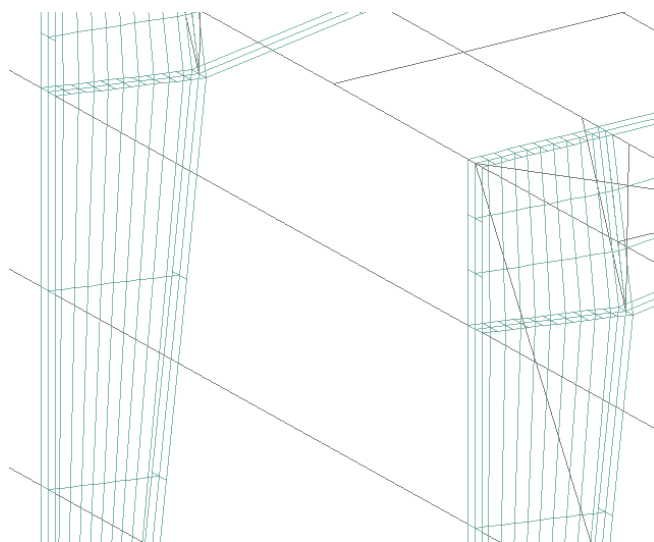


41 pav. Ketvirtoji rėmo iš dvimačių baigtinių elementų vietinio pastovumo praradimo forma

3.4. Uosto sandėlio pastovumo tyrimas baigtiniais elementais

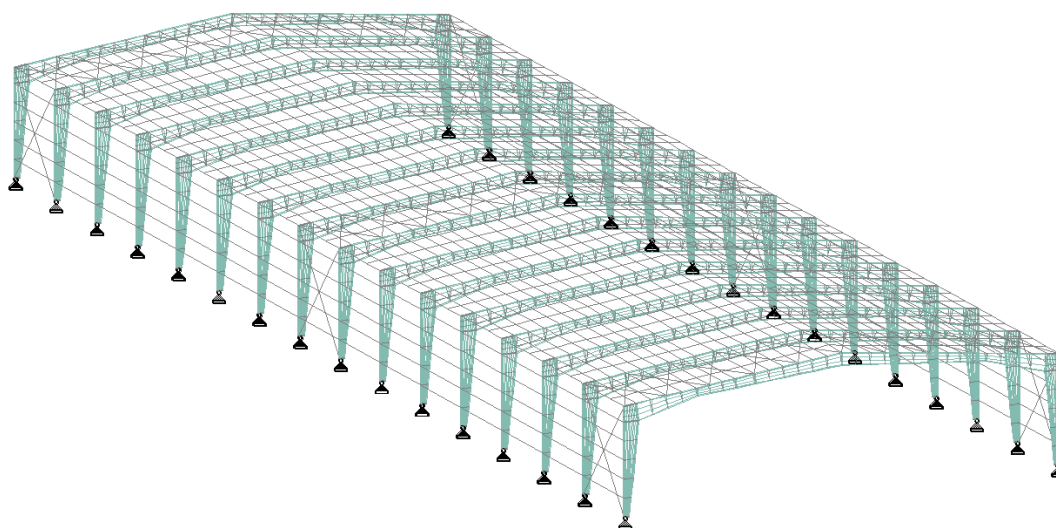
Sudarius ir ištyrus vieno sandėlio rėmo vietinį ir visuotinį pastovumą, sudaryta viso sandėlio skaičiuojamoji schema iš baigtinių elementų. Rėmui sudaryti schemeje pasitelkti dvimačiai baigtiniai elementai, o rėmų tarpusavio ryšiams – vienmačiai (strypai).

Dėl kompiuterinės skaičiavimų programos apribojimų, baigtinių elementų tinklas rėmuose buvo pastambintas.



42 pav. Pastambintas sandėlio rėmo baigtinių elementų tinklas

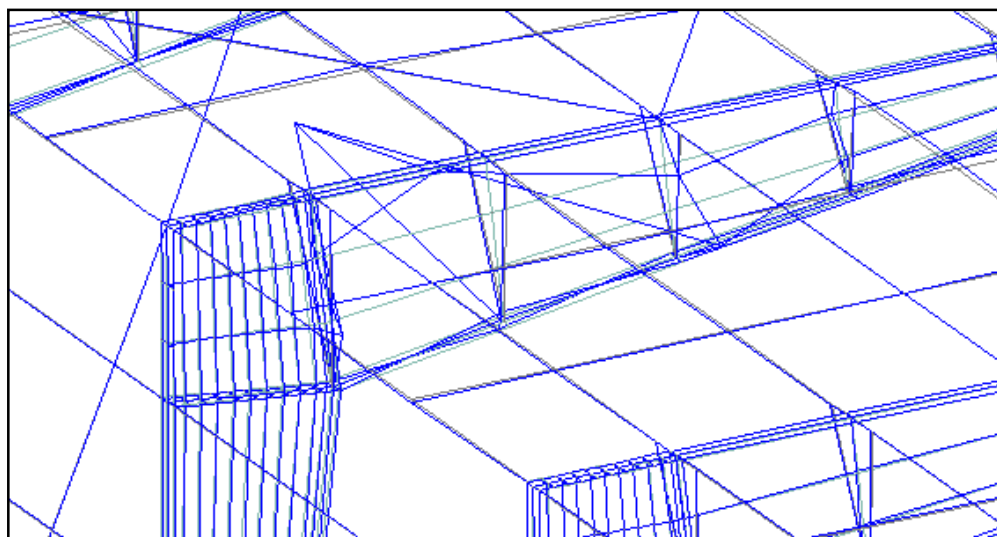
Sandėlio konstrukcijoms pridėtos pagal lietuviškas projektavimo normas apskaičiuotos apkrovos ir atliktas pastovumo tyrimas. Rezultatai pateikiami 14 lentelėje.



43 pav. Sandėlio iš plieninių rėmų skaičiuojamoji schema

16 lentelė. Sandėlio iš vienmačių ir dvimačių baigtinių elementų klupimo koeficientų reikšmės skirtingoms klupimo formoms

Klupimo forma	Klupimo koeficientas
1.	1,74
2.	1,75
3.	1,77
4.	1,77



44 pav. Rėmo iš dvimačių baigtinių elementų vietinio pastovumo praradimo forma viso sandėlio skaičiuojamojoje schemoje

Atlikus tyrimą matyti, jog viso sandėlio skaičiuojamojoje schemoje, kaip ir vieno rėmo schemoje, pirmiausiai vyksta vietinis dvitėjinės sijos sienutės klupimas. Išnagrinėjus gautas klupimo koeficiento reikšmes pastebėta, kad jos nesutampa nedideliame diapazone. Padaryta išvada, jog taip atsitiko dėl per stambaus baigtinių elementų tinklo, kuris negalėjo būti pasmulkintas dėl programinės įrangos apribojimų.

3.5. Rezultatų apibendrinimas

Atlikus pastovumo tyrimus įvairiais metodais buvo gauti rezultatai:

17 lentelė. Apibendrinti rėmo pastovumo tyrimų klupumo koeficientų rezultatai

Nr.	Variantai	Klupimo forma			
		Nr. 1	Nr. 2	Nr. 3	Nr. 4
1.	Pradinis rėmas iš 1D BE	4,53	4,70	12,71	18,08
2.	Pradinis rėmas iš 2D BE	1,01	1,04	1,09	1,11
3.	Pakoreguotas rėmas iš 1D BE	4,48	4,65	12,35	17,90
4.	Pakoreguotas rėmas iš 2D BE	1,61	1,62	1,67	1,68
5.	Sandėlis iš 2D BE su 1D BE ryšiais	1,74	1,75	1,77	1,77

Buvo atliktas rėmo tyrimas iš vienmačių baigtinių elementų ir gautas visuotinio (globalinio) pastovumo rezultatas. Taip pat buvo sudaryta skaičiuojamoji schema iš dvimačių baigtinių elementų ir atliktas rėmo pastovumo tyrimas, kurio metu gauti vietinio (lokalinio) pastovumo rezultatai.

Remiantis anksčiau atliktais pirminiais tyrimais, rėmas buvo koreguojamas, kol vietinio pastovumo reikšmė atitiko lietuviškas normas. Iš naujo buvo atliktas tyrimas rėmui, sudarytam iš vienmačių baigtinių elementų ir gauta galutinė rėmo visuotinio pastovumo reikšmė, kuri buvo šiek tiek mažesnė už pirminę, dėl padidėjusio konstrukcijos svorio.

Galiausiai buvo sudaryta viso sandėlio skaičiavimo schema iš dvimačių baigtinių elementų sudarytų rėmų, sujungtų vienmačiais baigtiniais elementais, ir atliktas pastovumo tyrimas. Paaiškėjo, jog rezultatai paklaidų ribose sutampa. Paklaidos atsirado dėl nevienodo baigtinių elementų tinklo, kuris viso sandėlio skaičiuojamojoje schemoje turėjo būti pastambintas dėl programinės įrangos apribojimų.

IŠVADOS IR REKOMENDACIJOS

1. Buvo apžvelgti skaitiniai ir analiziniai konstrukcijų skaičiavimo metodai. Apžvelti mokslinėje literatūroje siūlomi pastovumo tyrimų metodai. Įsigilinta į baigtinių elementų metodą.
2. Sudarius algoritmą, atlikti pastovumo tyrimai, palyginti analiziniai pastovumo tyrimo metodai su skaitiniais, išnagrinėtas pastovumas pagal projektavimo normas, per saugos koeficientą susieti baigtinių elementų metodo ir projektavimo normų tyrimų rezultatai.
3. Atlikti pastovumo tyrimai vienmačiais ir dvimačiais baigtiniais elementais, ištirtas vietinis ir visuotinis pastovumas. Tarpusavyje palyginti vienmačiai ir dvimačiai baigtiniai elementai, išvardinti jų privalumai ir trūkumai, naudojimo specifiška.
4. Remiantis pradiniais tyrimais, suprojektuotas rėmas, ištirtas jo vietinis ir visuotinis pastovumas, pateikti rezultatai ir rėmo klupimo formos.
5. Atsižvelgiant į lietuviškas projektavimo normas, pakoreguota rėmo baigtinių elementų skaičiuojamoji schema, ir po tarpinių tyrimų suprojektuotas lietuviškas projektavimo normas atitinkantis plieninis rėmas Klaipėdos regiono klimatinėms sąlygoms.
6. Sudaryta viso rėmo skaičiuojamoji schema ir atliktas kontrolinis bendrojo stovumo tyrimas, kuris patvirtino anksčiau gautus stovumo rezultatus.

LITERATŪRA

- Abdelghany S. M., Ewis K. M., Mohamed M. N., Mahmoud A. A. 2015. Vibration of a circular beam with variable cross sections using differential transformation method. *Applied Mathematical Modelling* No. 36, p. 3094–3111.
- Andrade A., Camotim D., Dinis P. B. 2007. Lateral–torsional buckling of singly symmetric web–tapered thin–walled I–beams: 1D model vs. shell FEA. *Computers and Structures*, No. 85, p. 1343–1359.
- Andrade A., Camotim D., Cost P. P., 2007. On the evaluation of elastic critical moments in doubly and singly symmetric I–section cantilevers. *Journal of Constructional Steel Research*, No. 63, p. 894–908.
- Andreev V. I., Tsybin N. Y. 2015. On the stability of rod with variable cross–section. *Procedia Engineering*, No. 111, p. 42–48.
- Asgarian B., Mohri F., Soltani M. 2014. Finite element method for stability and free vibration analyses of non–prismatic thin–walled beams. *Thin–Walled Structures*, No. 82, p. 96–108.
- Asgarian B., Mohri F., Soltani M. 2013. Lateral–torsional buckling of tapered thin–walled beams with arbitrary cross–sections. *Thin–Walled Structures*, No. 62, p. 96–108.
- Barauskas R., Belevičius R., Kačianauskas R. 2004. *Baigtinių elementų metodo pagrindai*. Vilnius: Technika.
- Barkanov E. 2001. *Introduction to the finite element method*. Riga: Riga Technical University.
- Bažant P. Z., Cedolin L. 2003. *Stability of Structures. Elastic, Inelastic, Fracture, and Damage Theories*. New York: Dover Publications.
- Belytschko T., Liu W. K., Moran B. 2000. *Nonlinear finite elements for continua and structures*. Chichester: John Wiley & Sons, Ltd.
- Benyamina A. B., Meftah S. A., Mohri F., Daya M. 2013. Analytical solutions attempt for lateral torsional buckling of doubly symmetric web–tapered I–beams. *Engineering Structures*, Nr. 56, p. 1207–1219.
- Bulut G. 2013. Effect of taper ratio on parametric stability of a rotating tapered beam. *European Journal of Mechanics/Solids*, No. 37, p. 344–350.
- Cheung Y. K., Zienkiewicz O. C. 1967. *The Finite Element Method in Structural and Continuum Mechanics*. London: McGraw-Hill.

- Clough R. W. 1960. The finite element method in plane stress analysis. Proc. American Society of Civil Engineers (2nd Conference on Electronic Computation, Pittsburg, Pennsylvania). No. 23, p. 345–378.
- Courant R. 1943. Variational methods for the solution of problems of equilibrium and vibrations. Bulletin of the American Mathematical Society, No. 49, p. 1–23.
- Čižas A. 1993. Medžiagų atsparumas. Konstrukcijų elementų mechanika. Vilnius: Technika.
- Damil N., Meftah S. A., Mohri F. 2015. A large torsion beam finite element model for tapered thin-walled open cross sections beams. Engineering Structures, No. 99, p. 132–148.
- Dourakopoulos J.A., Sapountzakis E.J. 2010. Postbuckling analysis of beams of arbitrary cross section using BEM. Engineering Structures, No. 32, p. 3713–3724.
- Hsiao K. M., Wen Yi Lin W. Y. 2000. A co-rotational formulation for thin-walled beams with monosymmetric open section. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, No. 190, p. 1163–1185.
- Jurkša A., Popovas V. 2003. Statybos konstrukcijų skaičiavimo programa STAAD.Pro. Programos apžvalga, komandos, skaičiavimo pavyzdžiai. Technika.
- Kačianauskas R., Kutas R., Samofalov M. 2004. Computational tools for semi-analytical finite element stability analysis of thin-walled structures. Informacinės technologijos ir valdymas, Nr. 1(30).
- Kačianauskas R., Samofalov M. 2000. Plonasienės kintamo dvitėjo skerspjuvio kolonos stabilumo tyrimas baigtinių elementų metodu. Statyba, VI t., Nr. 2, p. 69–75.
- Kvedaras A. K., Šapalas V. 2000. Centriškai gniuždomų trapecinių kolonų stabilumas. Statyba, VI t., Nr. 3, p. 158–161.
- Lei Z., Shu T. G. 2008. Lateral buckling of web-tapered I-beams: A new theory. Journal of Constructional Steel Research, No. 64, p. 1379–1393.
- Li W., Han L., Ren Q., Zhao X. 2013. Behavior and calculation of tapered CFDST columns under eccentric compression. Journal of Constructional Steel Research, No. 83, p. 127–136.
- Lindab Buildings. 2016. Liuksemburgas. [žiūrėta 2016 m. sausio 6 d.]. Prieiga per Internetą: <<http://www.astron.biz/en/index.html/>>
- Marques L., Rebelo C., Santiago A. da Silva L. S. 2014. Extension of EC3–1–1 interaction formulae for the stability verification of tapered beam-columns. Journal of Constructional Steel Research, No. 100, p. 122–135.

- Marques L., da Silva L. S., Greiner R., Rebelo C., Taras A. 2013. Development of a consistent design procedure for lateral–torsional buckling of tapered beams. *Journal of Constructional Steel Research*, No. 89, p. 213–235.
- Marques L., da Silva L. S., Greiner R., Rebelo C., Taras A. 2012. Development of a consistent buckling design procedure for tapered columns. *Journal of Constructional Steel Research*, No. 72, p. 61–74.
- Mohri F., Azrar L., Potier–Ferry M. 2001. Flexural–torsional post–buckling analysis of thin–walled elements with open sections. *Thin–Walled Structures*, No. 39, p. 907–938.
- Rajasekaran S., Shahba S. 2011. Free vibration and stability of tapered Euler–Bernoulli beams made of axially functionally graded materials. *Applied Mathematical Modelling*, No. 36, p. 3094–3111.
- Ritz W. 1909. Über eine Neue Methode zur Lösung gewisser Variationsprobleme der Mathematischen Physik. *Math*, No. 135, p. 1–61.
- Ryal M. J., Parke G. A. R., Harding J. E. 2000. *The manual of bridge engineering*. London: Thomas Telford.
- Ronagh H. R., Bradford M. A., Attard M. M. 2000. Nonlinear analysis of thin–walled members of variable cross–section. Part I: Theory. *Computers and Structures*, No. 77, p. 285–299.
- Ronagh H. R., Bradford M. A., Attard M. M. 2000. Nonlinear analysis of thin–walled members of variable cross–section. Part II: Application. *Computers and Structures*, No. 77, p. 301–313.
- Ross C. T. F., Case J., Chilver A. H. 1999. *Strength of Materials and Structures*. 4th Edition. Oxford: Butterworth-Heinemann.
- Samofalov M. 1997. *Strypų stabilumo analizė baigtinių elementų metodu: magistro baigiamasis darbas*. Vilnius.
- Samofalov M. 2002. *Plonasienių strypų pusiauanaliziniai baigtiniai elementai ir jų taikymas stabilumo uždaviniams: daktaro disertacija*. Vilnius.
- Samofalov M., Šlivinskas T. 2009. Stability analysis of steel frames with variable cross–section for sports and entertainment centre. *Mechanika*, No. 5(79), p. 5–12.
- Samofalov M., Šapalas V., Šaraškinas V. 2005. FEM stability analysis of tapered beam–columns. *Journal of Civil Engineering and Management*, vol. XI, No. 3, p. 211–216.

- Serna M. A., Lopez A., Puente I., Yong D. J. 2006. Equivalent uniform moment factors for lateral-torsional buckling of steel members. *Journal of Constructional Steel Research*, Nr. 62, p. 566–580.
- STAAD.Pro V8i technical reference manual. 2012. Bentley systems inc, JAV.
- Šapalas V. 2000. Vienanavių rėmų trapecinių plieninių kolonų atsparumo tyrimas: daktaro disertacija. Vilnius.
- Timoshenko S. P. , Gere J. M. 1961. *Theory of Elastic Stability*. 2nd ed. New York: McGraw–Hill.
- Trahair N. S. 2013. Bending and buckling of tapered steel beam structures. *Engineering Structures*, No. 59, p. 229–237.
- Trahair N. S. 2014. Interaction buckling of tapered beams. *Engineering Structures*, No. 62–63, p. 174–180.
- Turkalj G., Brnic J., Prpic–Orsic J. 2003. Large rotation analysis of elastic thin-walled beam-type structures using ESA approach. *Computers and Structures*, No. 81, p. 1851–1864.
- STR 2.05.08:2005. Plieninių konstrukcijų projektavimas. Pagrindinės nuostatos. Vilnius: Aplinkos Apsaugos Ministerija, 2007.
- STR 2.05.04:2003. Poveikiai ir apkrovos. Vilnius: Aplinkos Apsaugos Ministerija, 2006.
- EN-1993-1-1:2005. Eurocode 3: design of steel structures — Part 1-1: general rules and rules for buildings. Brussel: Europos standartizacijos komitetas, 2005.

PRIEDAI