

**KLAIPĖDOS UNIVERSITETAS**

Jūros technologijų ir gamtos mokslų fakultetas

Jūrų inžinerijos katedra

**ZI METODO SKAIČIUOKLĖS KŪRIMAS IR  
VEIKSMINGUMO PATIKRA BEI  
TAIKYMAS UOSTO KONSTRUKCIJOMS  
PROJEKTUOTI**

Uosto statinių studijų programos

Magistrantūros baigiamasis darbas

Studijų kodas: 6211EX070

Autorius

JMNUSI-19 gr. stud. Nedas Stakutis

Vadovas

prof. dr. Michail Samofalov

Klaipėda, 2021

**KLAIPĖDA UNIVERSITY**

Faculty of Marine Technology and Natural Sciences

Department of Marine Engineering

**DEVELOPMENT OF THE ZI METHOD  
SOFTWARE, CHECKING OF THE  
EFFECTIVENESS AND APPLICATION IN  
DESIGNING OF PORT STRUCTURES**

Master's thesis of Port Constructions study programme

Study programme code: 6211EX070

Author

JMNUSI-19 gr. stud. Nedas Stakutis

Supervisor

prof. dr. Michail Samofalov

Klaipėda, 2021

# MAGISTRO BAIGIAMOJO DARBO LYDRAŠTIS

Nedas Stakutis

(magistro baigiamojo darbo autoriaus vardas, pavardė)

ZI metodo skaičiuoklės kūrimas ir veiksmingumo patikra  
bei taikymas uosto konstrukcijoms projektuoti

(magistro baigiamojo darbo pavadinimas lietuvių kalba)

**Patvirtinu, kad bakalauro/magistro baigiamasis darbas parašytas savarankiškai, nepažeidžiant kitiems asmenims priklausančių autorių teisių, visas baigiamasis bakalauro/magistro darbas ar jo dalis nebuvo panaudotas Klaipėdos universitete ir kitose aukštosiose mokyklose.**

Nedas Stakutis

(magistro baigiamojo darbo autoriaus vardas, pavardė ir parašas)

**Sutinku, kad bakalauro / magistro baigiamasis darbas būtų naudojamas neatlygintinai 5 m. Klaipėdos universiteto studijų procese.**

Nedas Stakutis

(magistro baigiamojo darbo autoriaus vardas, pavardė ir parašas)

**Bakalauro / magistro baigiamąjį darbą ginti** .....

(įrašyti – leidžiu arba neleidžiu)

Michail Samofalov

(data)

(magistro baigiamojo darbo vadovo vardas, pavardė ir parašas)

Baigiamasis darbas įregistruotas katedroje

.....  
(data)

Aušra Gricė

(katedros sekretorės vardas, pavardė ir parašas)

**Bakalauro / magistro baigiamąjį darbą ginti** .....

(įrašyti – leidžiu arba neleidžiu)

.....  
(data)

Prof. habil. dr. Sergejus Lebedevas

(katedros vedėjo vardas, pavardė ir parašas)

**Bakalauro / magistro baigiamąjį darbą ginti** .....

(įrašyti – leidžiu arba neleidžiu)

.....  
(data)

.....  
(programų vadovo vardas, pavardė ir parašas)

**Recenzentais skiriu**

lekt. dr. Darius Narmontas

.....  
(įrašyti recenzento vardą, pavardę)

lekt. dr. Jevgenija Rutė

.....  
(įrašyti recenzento vardą, pavardę)

.....  
(data)

.....  
(programų vadovo vardas, pavardė ir parašas)

**KLAIPĖDOS UNIVERSITETAS**  
**Jūros technologijų ir gamtos mokslų fakultetas**  
Jūrų inžinerijos katedra

**Studijų programa:** ..... *Uosto statiniai* .....

**Valstybinis kodas:** ..... *6211EX070* .....

**Pakopa:** antroji

**Kvalifikacija:** statybos inžinerijos magistras

**TVIRTINU:**

**Studijų programos vadovas**

..... *prof. dr. Michail Samofalov* .....

(pareigos, mokslo laipsnis, vardas, pavardė)

.....  
(parašas)

..... *2021 m. kovo 23 d.* .....

(data)

**MAGISTRO BAIGIAMOJO DARBO**  
**U Ž D U O T I S**

**Studentas:** ..... *Nedas Stakutis* .....

(vardas, pavardė)

**Baigiamojo darbo tema:** *ZI metodo skaičiuoklės kūrimas ir veiksmingumo patikra, taikymas uosto konstrukcijoms projektuoti* .....

Baigiamajam darbui rengti taikyti galiojančius Lietuvoje normatyvinius statybos techninius dokumentus, projektus, mokslo literatūrą.

Baigiamojo darbo sandara (atsižvelgiant į 2020 m. vasario 6 d. patvirtintą KU studentų savarankiškų rašto darbų bendrųjų reikalavimų aprašo reikalavimus, 2020 m. gruodžio 3 d. patvirtintą KU JTGMF Statybos inžinerijos studijų krypties studentų savarankiškų rašto darbų reikalavimų aprašo reikalavimus):

1) **Apipavidalinimo išanginiai dokumentai**

- *Antraštės lapas*
- *Santrauka lietuvių kalba ir anglų kalba, gali būti dar kita kalba papildomai*
- *Turinys*
- *Santrumpų sąrašas, jeigu reikia*
- *Sąvokų sąrašas, jeigu reikia*

2) **Fundamentalieji ir taikomieji tyrimai**

- *Įvadas*
- *Teorinė tyrimų dalis – išnagrinėti prof. Ipolito Židonio monografijoje apie ZI metodą pateiktą skaičiuotę, polinomų taikymo literatūrą, techninius reglamentus bei šiuolaikinius mokslo šaltinius*
- *Empirinė tyrimų dalis – sudaryti Maple-programą gelžbetoniniams skerspjūviams ZI metodu skaičiuoti, patikrinti rezultatus pagal STR bei modeliuojant baigtinių elementų metodu, sugretinti sprendinius*
- *Bendrosios baigiamosios išvados*
- *Rekomendacijos*

3) **Baigiamieji dokumentai**

- *Literatūra*
- *Skaitytų pranešimų bei parengtų mokslinių straipsnių kopijos*
- *Priedai*

Parengtą baigiamąjį darbą pateikti nustatytu laiku.

**Užduoties gavimo data:** ..... *2021 m. kovo 23 d.* .....

**Darbo baigimo terminas:** ..... *2021 m. gegužės 17 d.* .....

**Studentas:** ..... *Nedas Stakutis* .....

(vardas, pavardė)

.....  
(parašas)

**Darbo vadovas:** ..... *Michail Samofalov* .....

(vardas, pavardė)

.....  
(parašas)

Klaipėdos universitetas  
Jūros technologijų ir gamtos mokslų fakultetas  
Jūrų inžinerijos katedra  
Uosto statinių studijų programos baigiamasis magistro darbas

## **ZI METODO SKAIČIUOKLĖS KŪRIMAS IR VEIKSMINGUMO PATIKRA BEI TAIKYMAS UOSTO KONSTRUKCIJOMS PROJEKTUOTI**

Autorius: Nedas Stakutis

Vadovas: prof. dr. Michail Samofalov

### **SANTRAUKA**

Baigiamajame darbe buvo atliekamas ZI metodo skaičiuoklės kūrimas, veiksmingumo patikra bei pritaikymas uosto konstrukcijoms projektuoti.

Teorinės apžvalgos dalies skyriuje išnagrinėta mokslinė literatūra, aprašytas ZI metodas, kuris yra sukurtas prof. I. Židonio, ir yra prof. A. Rozenbliumo tyrimų tęstinumas. Apžvalgos dalyje taip pat išanalizuoti ir aprašyti kitų mokslininkų sukurti ir nagrinėti analitiniai bei skaitiniai metodai, skirti medžiagų netiesiškumui aprašyti arba atlikti skaičiavimus, taikant netiesines medžiagų savybes.

Automatizuotos skaičiuoklės kūrimo skyriuje aprašytas algoritmas pagal kurį atliekami skaičiavimai. Išanalizuotos ZI metode naudojamos formulės, pusiausvyros lygtys, skaičiavimo nuoseklumas ir rezultatų išvestis. Skaičiuoklė kuriama *MAPLE* programine įranga, skaičiuokle išspręsti uždaviniai pateikti prieduose.

ZI metodo veiksmingumo skyriuje atlikti skerspjūvio mechaninio būvio parametrų skaičiavimai ZI metodu, STR bei baigtinių elementų metodu panaudojant *ANSYS* programine įranga. Pateikti rezultatai ir išvados, ZI metodu gauti rezultatai, palyginti su BEM ir STR. Taip pat buvo atliekamas lenkiamosios gelžbetoninės sijos, įvertinant plyšius, modeliavimas baigtinių elementų metodu atsižvelgiant į eksperimentinius duomenis. Aprašytas modelis ir gauti rezultatai, pateiktos išvados.

Metodo taikymo uosto konstrukcijoms projektuoti skyriuje nagrinėjama birių krovinių sandėlio konstrukcija – požeminio kanalo viršutinė gelžbetoninė plokštė. Atlikti laikomosios galios skaičiavimai ZI metodu, STR ir baigtinių elementų metodu panaudojant *STAAD.Pro* programine įranga. Pateikti rezultatai ir išvados, palyginti rezultatai tarp visų trijų metodų.

Darbo apimtis: 102 puslapiai pagrindinio teksto, 89 puslapiai teksto priedų. Darbe pateikta: 8 lentelės, 65 paveikslėliai ir 43 informacinių šaltinių sąrašas.

2021 m. sudalyvauta „Industrial Engineering 2021“ konferencijoje, paruoštas straipsnis ir anglų kalba perskaitytas pranešimas.

**Pagrindiniai žodžiai:** ZI metodas, gelžbetoninis elementas, medžiagų netiesiškumas, įtempių-deformacijų priklausomybė, mechaninio būvio rodikliai, BEM

Klaipėda University  
Faculty of Marine Technology and Natural Sciences  
Department of Marine Engineering  
Master's thesis of Port Constructions study programme

## **DEVELOPMENT OF THE ZI METHOD SOFTWARE, CHECKING OF THE EFFECTIVENESS AND APPLICATION IN DESIGNING OF PORT STRUCTURES**

Author: Nedas Stakutis

Supervisor: prof. dr. Michail Samofalov

### **SUMMARY**

The development of the ZI method software, checking of the effectiveness and application in designing of port structures has been presented in the master's thesis.

In the theoretical review section, literature sources have been reviewed and analyzed, as well as the ZI method, which was created by professor I. Židonis as continuity of professor A. Rozenbliumas researches. Also, other analytical and numerical methods, developed by scientists, for investigating material nonlinearities, have been described and analyzed.

In the second section, algorithm according to which calculations are performed, is represented as well as analysis and explanation of the ZI method methodology and formulas used in it. The ZI method automated calculator developed by *MAPLE* software is presented in the annexes.

In the third section, calculations of mechanical state parameters have been performed for concrete and reinforced concrete cross sections without cracks by the ZI method, the Lithuanian design code STR and the finite element method, using *ANSYS* software. Comparison of the results and conclusions have been presented. Also, analysis of the reinforced concrete cross section with cracks by the finite element method, according to the experimental data, were performed. Description of the model, results and conclusions have been presented.

In the last section, bearing capacity for the upper reinforced concrete slab of the bulk warehouse underground duct, has been calculated by the ZI method, Lithuanian design code STR and the finite element method, using *STAAD.Pro* software. Comparison of the results and conclusions have been presented.

The final thesis consists of 102 pages, 89 pages of annexes, 8 tables, 65 pictures and 43 literature sources.

2021 participated in the "Industrial Engineering 2021" conference, prepared article and presented the report in English for the audience.

**Keywords:** the ZI method, reinforced concrete element, nonlinear material, stress-strain relationship, mechanical state parameters, FEM

**TURINYS**

<b>ŽYMENYS IR SANTRUMPOS</b> .....	<b>8</b>
<b>IŽANGA</b> .....	<b>10</b>
<b>I. TEORINĖ APŽVALGOS DALIS</b> .....	<b>13</b>
1.1. Informacinių šaltinių apžvalga .....	13
1.2. Matematinės eilutės, polinomi.....	33
1.3. ZI metodo samprata.....	36
1.4. Teorinės dalies žinių apibendrinimas .....	41
<b>II. AUTOMATIZUOTOS SKAIČIUOKLĖS KŪRIMAS</b> .....	<b>42</b>
2.1. Uždavinių sprendimas, panaudojant ZI metodą .....	42
2.2. Skaičiuoklės kūrimas.....	49
2.3. Tyrimo rezultatų analizės tarpinės išvados .....	51
<b>III. ZI METODO VEIKSMINGUMO PATIKRA</b> .....	<b>52</b>
3.1. Taikoma BEM programa, prielaidos .....	52
3.2. Mechaninio būvio rodiklių nustatymas STR.....	53
3.3. Gniuždomo betoninio skerspjūvio skaičiavimas .....	55
3.4. Lenkiamosios gelžbetoninės sijos su tempiamąją armatūra skaičiavimas, kai tempiamosios srities betonas nevertinamas .....	69
3.5. Lenkiamosios gelžbetoninės sijos su tempiamąją armatūra skaičiavimas, kai tempiamosios srities betonas vertinamas.....	72
3.6. Lenkiamosios gelžbetoninės sijos su tempiamąją bei gniuždomąją armatūra skaičiavimas, kai tempiamosios srities betonas nevertinamas.....	78
3.7. Lenkiamosios gelžbetoninės sijos su tempiamąją bei gniuždomąją armatūra skaičiavimas, kai tempiamosios srities betonas vertinamas .....	82
3.8. Lenkiamosios gelžbetoninės sijos su plyšiais modeliavimas BEM, rezultatų lyginimas su ZI metodu ir eksperimentiniais duomenimis .....	87
3.9. Veiksmingumo patikros išvados .....	90
<b>IV. METODO TAIKYMAS UOSTO KONSTRUKCIJOMS PROJEKTUOTI</b> .....	<b>92</b>
4.1. Uosto konstrukcijos laikomosios galios skaičiavimas .....	92
4.2. Metodo taikymo uosto konstrukcijoms projektuoti išvados.....	99
<b>BAIGIAMOSIOS IŠVADOS, REKOMENDACIJOS</b> .....	<b>100</b>
<b>LITERATŪRA</b> .....	<b>101</b>
<b>PRIEDAI</b> .....	<b>103</b>

## ŽYMENYS IR SANTRUMPOS

Šiame baigiamajame darbe vartojami tokie žymenys:

- $a$  – atstumas;
- $b$  – konstrukcinio elemento stačiakampio skerspjūvio plotis arba elemento su briaunomis plotis;
- $c_i$  – betono įtempių-deformacijų priklausomybę aprašančio polinomo koeficientai;
- $h$  – konstrukcinio elemento skerspjūvio aukštis;
- $d$  – konstrukcinio elemento skerspjūvio naudingasis aukštis;
- $e$  – jėgos veikimo ekscentricitetas;
- $A_c$  – betono skerspjūvio plotas;
- $A_s$  – armatūros skerspjūvio plotas;
- $A_{st}$  – tempiamosios armatūros skerspjūvio plotas;
- $A_{sc}$  – gniuždomosios armatūros skerspjūvio plotas;
- $A_{fi}$  – skerspjūvio sustiprinimų arba susilpninimų plotas (susilpninimų ženklas – neigiamas);
- $E_c$  – betono tamprumo modulis, pagal euronormas priimtas  $E_c = 1,05 \cdot E_{cm}$ , pagal STR  $E_c = 1,1 \cdot E_{cm}$ ;
- $E_{cm}$  – euronormų kirstinis betono tamprumo modulis;
- $E_{ct}$  – tempiamojo betono tamprumo modulis;
- $E_s$  – armatūros tamprumo modulis;
- $f_{ck}$  – charakteristinis gniuždomasis betono stipris;
- $f_{ctk}$  – charakteristinis tempiamasis betono stipris;
- $f_{cm}$  – vidutinis gniuždomasis betono stipris, pagal eurokodą priimtas;
- $f_{ctm}$  – vidutinis tempiamasis betono stipris;
- $\alpha_{cE}$  – betono tamprumo modulių santykis;
- $\alpha_{cQ}$  – betono gniuždomųjų įtempių santykis;
- $\alpha_{cv}$  – atitinkamų įtempių ir deformacijų koeficientų santykis;
- $\alpha_e$  – armatūros ir betono tamprumo modulių santykis;
- $\xi$  – santykinis konstrukcinio elemento skerspjūvio gniuždomosios srities aukštis;
- $\varepsilon_c$  – betono gniuždomoji deformacija;
- $\varepsilon_{c1}$  – betono gniuždomoji deformacija, atitinkanti betono gniuždomąjį stiprį  $f_{cm}$ ;
- $\varepsilon_{cu1}$  – ribinė betono gniuždomoji deformacija;
- $\varepsilon_{ct}$  – betono tempiamoji deformacija;
- $\varepsilon_{ct1}$  – betono tempiamoji deformacija, atitinkanti betono tempiamąjį stiprį  $f_{cm}$ ;
- $\varepsilon_s$  – armatūros deformacija;
- $\varepsilon_{st}$  – armatūros tempiamoji deformacija;

- $\varepsilon_{sc}$  – armatūros gniuždomoji deformacija;
- $\varepsilon_w, \varepsilon_{top}$  – deformacija, esanti labiausiai gniuždomajame skerspjūvio krašte,  $w-w$  ašyje;
- $\gamma_F$  – ZI metode naudojamas betono gniuždomosios srities jėgos dalinis patikimumo koeficientas;
- $\gamma_s$  – plieno stiprumo dalinis patikimumo koeficientas;
- $\eta$  – betono deformacijų santykis;
- $\nu_{c1}$  – betono tamprumo koeficientas;
- $\nu_s$  – plieno tamprumo koeficientas;
- $\omega_n$  – koeficientas, atsižvelgiantis į statmenųjų įtempių diagramos atstojamosios jėgos dydį;
- $\omega_m$  – koeficientas, atsižvelgiantis į statmenųjų įtempių diagramos atstojamosios jėgos lenkiamojo momento apie neutraliąją ašį 0–0 dydį;
- $\rho$  – konstrukcinio elemento skerspjūvio armavimo intensyvumas;
- $\sigma_c$  – gniuždomojo betono įtempiai;
- $\sigma_{ct}$  – tempiamojo betono įtempiai;
- $\sigma_s$  – armatūros įtempiai;
- $\sigma_{st}$  – armatūros tempiamieji įtempiai;
- $\sigma_{sc}$  – armatūros gniuždomieji įtempiai.

Šiame baigiamajame darbe vartojamos tokios santrumpos:

- 0–0 – neutralioji ašis;
- $w-w$  – pagalbinė skerspjūvio ašis, lygiagreti neutraliajai ašiai ir esanti skerspjūvio viršutinėje dalyje;
- $t-t$  – pagalbinė skerspjūvio ašis, lygiagreti neutraliajai ašiai ir esanti skerspjūvio apatinėje dalyje;
- $s-s$  – konstrukcinio elemento skerspjūvio ašis, nurodanti armatūros svorio centrą  $A_{st}$ ;
- $sc-sc$  – konstrukcinio elemento skerspjūvio ašis, nurodanti armatūros svorio centrą  $A_{sc}$ ;
- $a-a$  – konstrukcinio elemento skerspjūvio bet kuri ašis, lygiagreti neutraliajai ašiai 0–0.

## IŽANGA

Statyba užima svarbią vietą pasaulio šalių ekonomikoje. Kiekvieną dieną vyksta įvairių pramonės bei administracinių statinių statybos, gyvenamosios erdvės nuolatos plečiasi į užmiesčius. Remiantis statistikos duomenimis, vien Lietuvoje per metus vidutiniškai pastatoma apie 12 tūkst. gyvenamosios paskirties bei apie 0,7 tūkst. negyvenamosios paskirties pastatų. Tai parodo statybos reikšmingumą. Statybos inžinieriaus tikslas – tinkamai suprojektuoti, pastatyti ir naudoti pastatus bei įvairius inžinerinius statinius.

Projektuojant statinius, svarbu tiksliai apskaičiuoti laikančiąsias konstrukcijas, išnagrinėti tiek apkrovas, tiek vidaus būvį. Laikančiosioms konstrukcijoms tradiciškai Lietuvoje naudojamos trys pagrindinės medžiagos: mediena, plienas ir betonas. Šiais laikais dažnai taikoma dirbtinė kompozitinė medžiaga – gelžbetonis, sudarytas iš betono ir plieno. Pastarąją medžiagą nagrinėti yra sudėtingiausia. Aprašyti tokios medžiagos konstrukcinio elemento mechaninį būvį yra sunku, kadangi medžiaga yra nevientisa – reikia ištirti betono ir plieno bendrąjį mechaninį darbą bei suvokti kiekvienos medžiagos būvį atskirai.

Gelžbetoninės konstrukcijos nagrinėjamos, esant įvairiems deformavimo etapams: tampriajam, netampriajam, plyšių atsiradimo metu, naudojant supleišėjusį konstrukcinį elementą, skerspjuvio irimo akimirka. Svarbu tiksliai nustatyti įtempių-deformacijų būvio rodiklių reikšmes konstrukcijų pjūviuose. Lietuvoje galiojančiais projektavimo reglamentais STR 2.05.03:2003, STR 2.05.04:2003, STR 2.05.05:2005 ir kt. teikiamas konstrukcijų skaičiavimo ribinių būvių metodas, kuris buvo plačiai ir gana sėkmingai taikomas XX a. antroje pusėje. Kaip matyti iš pavadinimo, metodas nagrinėja būtent ribinius būvius, nepaisant deformavimo eigos. Šiuo metodu nustatytos rodiklių reikšmės būna sąlyginės, kadangi naudojamos skirtingos formulės, pritaikytos kiekvienam konstrukcijos apkrovimo etapui atskirai, o įtempių pasiskirstymas skerspjuvyje aprašomas supaprastintai – trikampio arba stačiakampio pavidalu. Kitas projektavimo normų teikiamas metodas – informacinis-statistinis, tačiau statiniams projektuoti inžinierių šis metodas naudojamas retai.

Siekiant konstrukcijų mechaninio būvio rodiklius apibrėžti aiškiau, kuriami tikslesni skaičiavimo metodai. Stengiamasi, kad apskaičiuotos rodiklių reikšmės priartėtų prie tikrųjų sąlygų. Mokslininkai A. Rozenbliumas, I. Židonis, E. Dulinskas, D. Zabulionis, G. Kaklauskas, E. Raue, V. B. Filatov, A. A. Suvorov ir kt. kūrė įvairius metodus konstrukcinių elementų įtempių-deformacijų būvio rodikliams nustatyti, taikant medžiagų netiesinius modelius, gretinant rezultatus su eksperimentų rezultatais.

Prof. Ipolitas Židonis, plėtojantis prof. Anatolijaus Rozenbliumo teoriją (Nakas, 2002), sukūrė universalųjį ZI metodą, leidžiantį apskaičiuoti elemento išilginei ašiai statmenųjų pjūvių įtempių ir

deformacijų tikslesnes reikšmes pagal vientisą metodiką, panaudojant kreivines medžiagų  $\sigma$ - $\varepsilon$  diagramas.

Šiuo tiriamuoju darbu nagrinėjamas prof. Ipolito Židonio sukurtas ZI metodas.

Už vertingą informaciją bei mokslines konsultacijas atliekant baigiamąjį darbą, noriu padėkoti profesoriui Ipolitui Židoniui ir JTGMF kompiuterinių reikalų administratoriui Mindaugui Stripeikaičiui.

### ***Uždavinio formulavimas***

Šiai dienai ZI metodas yra neautomatizuotas, todėl naudinga sukurti kompiuterinę algoritmo versiją, gebančią spręsti konstrukcinių elementų skerspjūvio tikslaus skaičiavimo uždavinius. Tokia realizacija atskleistų platesnes metodo galimybes. Taip pat aktualu sugretinti ZI metodą su kitais sukurtais metodais bei eksperimentų rezultatais, apibrėžti metodo veiksmingumą, nustatyti taikymo ribas.

### ***Aktualumas***

Šiuo metu plačiai taikomas statybos konstrukcijų uždaviniams spręsti baigtinių elementų metodas turi trūkumų – kiekvieną konkretųjį uždavinį reikia modeliuoti iš naujo. Projektavimo biuruose greta sudėtingų skaičiavimo metodų sprendiniams greitai sutikrinti, dažnai taikomi teoriniai inžineriniai metodai, koks ir yra ZI metodas. Manome, kad automatizuotą ZI metodą galima sėkmingai naudoti tiek projektuotojų, tiek ekspertų veikloje. Žinoma, studentams skaičiuojant konstrukcijas taip pat būtų paranku turėti šiuo metodu pagrįstą inžinerinę „skaičiuoklę“.

### ***Tyrimų objektas***

ZI metodo veiksmingumo patikra ir automatizuotos skaičiuoklės kūrimas, taikymas uosto statiniams projektuoti.

### ***Darbo tikslas***

Sukurti automatizuotą ZI metodo skaičiuoklę ir patikrinti metodo veiksmingumą, panaudoti šį metodą uosto konstrukcijų uždaviniams spręsti.

### ***Darbo uždaviniai***

Siekiant įgyvendinti tiriamojo darbo tikslą, reikia įvykdyti tokius išsikeltus uždavinius:

- 1) atlikti Lietuvos ir užsienio autorių literatūros šaltinių apžvalgą;
- 2) išanalizuoti ir aprašyti ZI metodą prof. I. Židonio parašytų mokslo darbų pagrindu;
- 3) kompiuterizuoti ZI metodą panaudojant šiuolaikines programinės įrangos galimybes;
- 4) skaičiavimo rezultatus palyginti su Lietuvoje taikomais statybos techniniais reglamentais;
- 5) skaičiavimo rezultatus sugretinti su BEM programų sprendimo rezultatais;
- 6) pritaikyti metodą uosto konstrukcijų projektavimui.

***Tyrimams taikomi metodai***

Tyrimams vykdyti taikomi tokie metodai:

- 1) vadovėlių bei mokslinės literatūros analizė;
- 2) prof. I. Židonio parašytų straipsnių bei monografijos sprendinių nagrinėjimas;
- 3) ZI metodo formulių programavimas kompiuterine programine įranga;
- 4) uždavinių sprendimas pagal statybos techniniuose reglamentuose (toliau – STR) aprašytas formules;
- 5) konstrukcinio elemento modeliavimas BEM programa;
- 6) konstrukcinių elementų laikomosios galios skaičiavimas ZI metodu, pagal STR formules ir baigtinių elementų metodu.

## I. TEORINĖ APŽVALGOS DALIS

### 1.1. Informacinių šaltinių apžvalga

XIX a. viduryje pradėjus naudoti gelžbetoninius konstrukcinius elementus, dėl žinių, eksperimentų ir patirties stokos, konstrukciniai elementai buvo gaminami labai standūs. Įlinkiams riboti buvo reglamentuojamas konstrukcinių elementų ilgio su skerspjūvio aukščiu santykis. Laikui bėgant, pradėtas skaičiuoti gelžbetoninių elementų standumas, elementą nagrinėjant kaip vienaarūšę medžiagą (kaip ir dabar daroma, skaičiuojant baigtinių elementų metodu). Vis dėlto atlikti bandymai parodė reikšmingą skirtumą tarp skaičiavimais ir eksperimentais nustatytų įlinkio reikšmių, ypatingai konstrukcijų elementuose atsivėrus plyšiams. Paklaidoms šalinti buvo mažinama tamprumo modulio reikšmė, bet pradėjus naudoti gelžbetonines surenkamąsias ir plonasienes konstrukcijas, skaičiavimų nuokrypiai vis tiek buvo reikšmingi (Nakas, 2002). 1955 m. TSRS projektavimo normose pateiktas pirmasis deformacijų skaičiavimo metodas, paprastojo neįtemptojo gelžbetonio konstrukcijoms, pagal atliktus specialiuosius gelžbetonio standumo tyrimus. Šiuo metodu deformacijos, esant neleistiniams plyšiams tempiamojoje skerspjūvio dalyje, nustatomos kaip tampriajam kūnui, redukuojant skerspjūvį. Skaičiavimais atsižvelgta į gniuždomąją bei tempiamąją skerspjūvio sritis. Vis dėlto šis metodas turėjo trūkumų: buvo neužtekinai tikslus bei neatspindėjo gelžbetonio konstrukcijų tikrojo mechaninio darbo. Skerspjūvio gniuždomojo betono srities vidutinis aukštis buvo nustatomas naudojant plokščiųjų pjūvių hipotezę, koeficientų reikšmės – sąlyginės iš lentelių. Atsižvelgiant į šiuos trūkumus, pradėta intensyviau tyrinėti gelžbetoninių konstrukcijų deformacijas. Prie šios mokslinės veiklos prisidėjo Kaune, o vėliau Vilniuje, dirbantis profesorius Anatolijus Rozenbliumas (1 pav.).

Prof. A. Rozenbliumas Lietuvos istorijoje žinomas kaip projektų konstruktorius, pedagogas ir mokslininkas. Jis sukūrė gelžbetoninių konstrukcijų skaičiavimo teoriją, pripažintą viso pasaulio. Profesoriaus išugdyta mokslinė mokykla buvo svarbi statybos inžinerijos mokslo plėtrai Lietuvoje. Jo projektuose, rengtuose tarpukario laikotarpiu 1918–1939 m., buvo dažnai naudojamos gelžbetoninės monolitinės perdangos, projektuojami gelžbetoniniai sijiniai tiltai bei reikšmingų tarpatramių rėmai, kas buvo tų laikų naujovė Europoje.

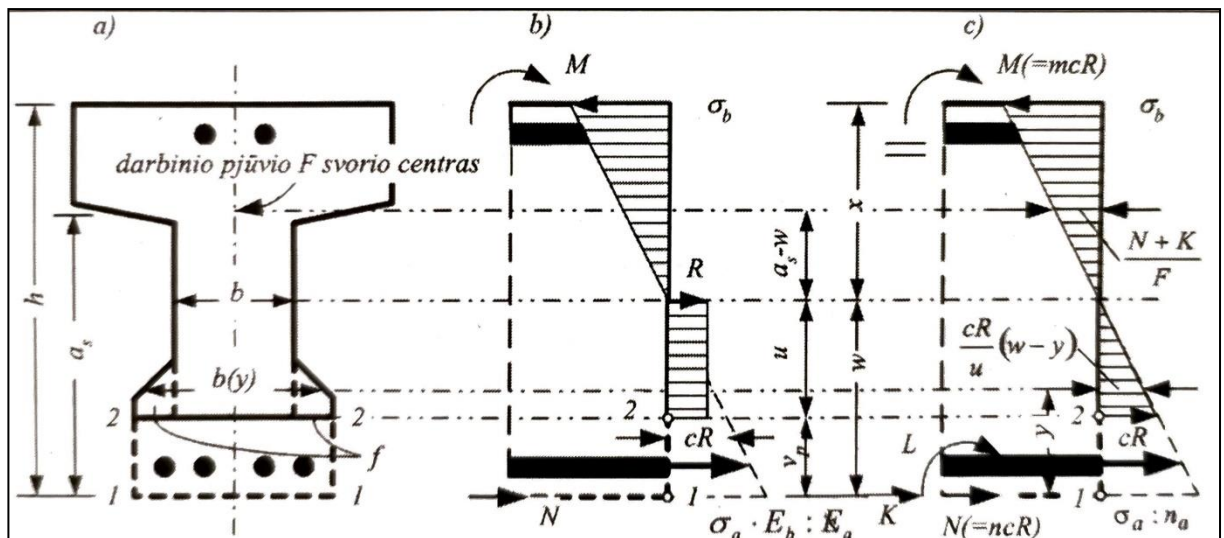
1953 m. A. Rozenbliumas, atsižvelgdamas į gelžbetoninių konstrukcijų skaičiavimo trūkumus, parengė 129 puslapių analitinį darbą „Statybinių konstrukcijų skaičiavimo, pasinaudojant deformacijų metodu, klausimai“ (Nakas, 2002). Pirmąją savo sukurtą standumo skaičiavimo teoriją profesorius paskelbė 1961 m. Lietuvos aukštųjų mokyklų mokslinių darbų rinkinyje „Statyba



1 pav. Prof. Anatolijus  
Rozenbliumas,  
1965 m.

ir architektūra“. Profesorius pirmą kartą pasiūlė metodą gelžbetoninių konstrukcijų plyšių aukščiams apskaičiuoti ir aprašyti tiek teorinį, tiek faktiškąjį statmenųjų įtempių pasiskirstymą skerspjūvyje. 1962 m. TSRS betono ir gelžbetonio konstrukcijų projektavimo normose buvo pateiktas naujas elementų deformacijų skaičiavimo metodas, tačiau ir šis metodas turėjo trūkumų: diagramų koeficientai buvo priimami sąlyginiai, tempiamojo betono virš plyšio būvis nenagrinėjamas, pasitaikydavo reikšmingi skirtumai, gretinant su bandymais nustatytais rezultatais.

A. Rozenbliumas, siekdamas pašalinti pastarųjų metodų trūkumus, pasiūlė gelžbetonines konstrukcijas nagrinėti pradedant iki plyšių atsiradimo etapu ir baigiant būviu, kai naudojimo apkrovos siekia ribines reikšmes. Šis metodas paremtas prielaida, kad plyšys nepertraukiamai didėja. Profesorius skaičiavimuose naudojo normalinių įtempių diagramą, kurioje skerspjūvio tempiamąją dalį apibūdina stačiakampis su ordinate  $R$ , o gniuždomąją – trikampis, kurio pratęsta įžambinės linija, skerspjūvio tempiamosios dalies apatiniame krašte sudaro ordinatę  $cR$ , kur  $c$  yra koeficientas normose dažniausiai priimamas lygus 2,0 (2 pav.).



2 pav. Gelžbetoninės sijos skerspjūvis (a) ir įtempių pasiskirstymo diagramos (b, c)

(Nakas, 2002)

A. Rozenbliumas išvedė formules įtempimų būviams nustatyti, bet kurio pavidalo pjūviams. Atitinkamai pakeitęs koeficientą  $c$ , pridėjęs jėgą ir momentą, tempiamųjų įtempių diagrama keičiama trikampė. Atsižvelgiant į šias sąlygas, buvo išvestos pjūvio per plyšį įtemptąjį būvį apibrėžiančių dydžių pusiausvyros lygtys. Kai statmenųjų įtempių diagrama sudaryta iš trikampio ir stačiakampio (2b pav.), tai galioja tokios lygtys ašinei jėgai ir lenkiamajam momentui:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum(N) = 0; \\ \sum(M) = 0; \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{2-c}{2c} \cdot b \cdot u^2 - \left( n + \bar{F} + \frac{f}{c} \right) \cdot u - (\bar{S} - \bar{F} \cdot v_p) = 0; \\ m = \frac{\bar{J} - \bar{S} \cdot v_p}{u} - \left( \bar{S} + \frac{s}{c} \right) - \frac{2-c}{2 \cdot c} \cdot b \cdot v_p \cdot u - \frac{3-c}{6 \cdot c} \cdot b \cdot u^2. \end{array} \right.$$

Kai įtempimų diagrama sudaryta iš dviejų trikampių (2c pav.), tai:

$$\begin{cases} \sum(N) = 0; \\ \sum(M) = 0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (n + F) \cdot u - (S - F \cdot v_p) = 0; \\ m = \frac{\bar{J} - \bar{S} \cdot v_p}{u} - S, \end{cases}$$

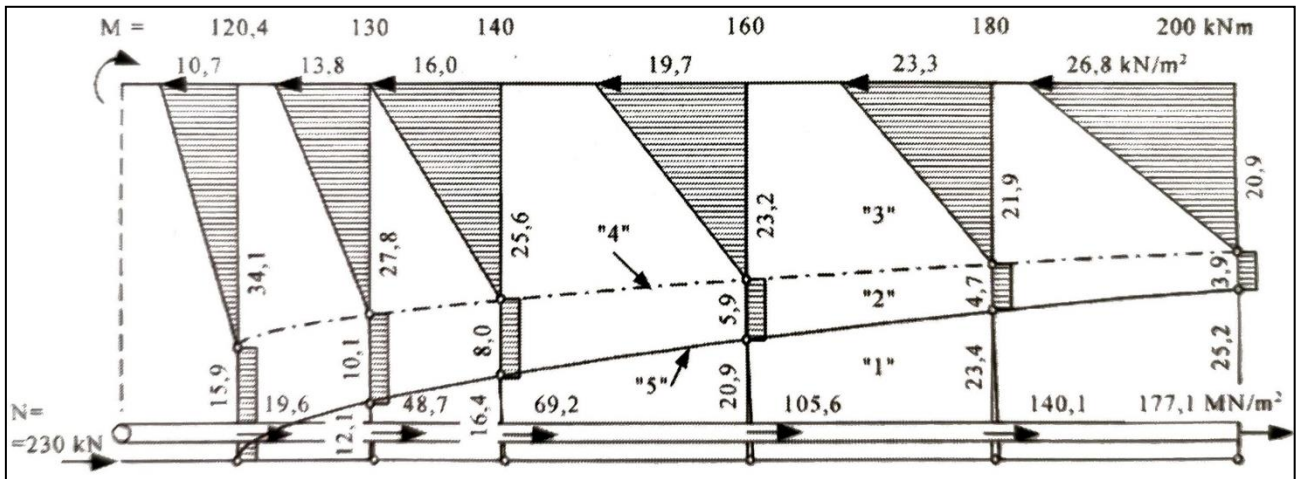
čia  $F$  yra konstrukcinio elemento skerspjūvio plotas (senas žymėjimas);  $b$  – skerspjūvio plotis;  $S$  ir  $J$  – atitinkami statinis momentas ir inercijos momentai;  $f$  ir  $s$  – skerspjūvio praplatinimų rodikliai;  $v_p$  – plyšio aukštis;  $u$  – skerspjūvio tempiamosios dalies aukštis; kiti rodikliai:

$$m = \frac{M}{c} \cdot R; \quad n = \frac{N}{c} \cdot R.$$

Kaip matome, įtemptajam būviui aprašyti taikomos polinomų išraiškos skerspjūvio tempiamosios dalies aukščio  $u$  atžvilgiu, pavyzdžiui:

$$\begin{cases} \sum(N) = 0; \\ \sum(M) = 0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -a_0 \cdot u^0 - a_1 \cdot u^1 + a_2 \cdot u^2 = 0 \\ m = a_{-1} \cdot u^{-1} - a_0 \cdot u^0 - a_1 \cdot u^1 - a_2 \cdot u^2 \end{cases}$$

Įrašę į lygtis  $v_p = 0$ , gauname įtemptąjį būvį elemento plyšių atsiradimo akimirka. Tolesniuose savo darbuose A. Rozenbliumas dar išsamiau nagrinėjo plyšių atsiradimo etapą. Savo skaičiavimais jis nustatė lenkiamojo momento priklausomybę nuo plyšio aukščio, imdamas pjūvyje per plyšį įtempimų diagramą, identišką diagramai plyšių atsiradimo metu.



3 pav. Įtempimų kitimas didinant apkrovą ir „augant“ plyšiui (Nakas, 2002)

Pokario 1946–1968 metais Kauno politechnikos institute, o vėliau nuo 1969 m. Vilniaus statybos inžineriniame institute A. Rozenbliumas surinko gausią jaunų mokslininkų grupę, siekdamas patvirtinti savo teoriją, kuriai buvo reikalingi eksperimentai. Profesorius vadovavo 14 disertacijoms iš gelžbetoninių konstrukcijų skaičiavimo srities. Vienas jo mokinių buvo Ipolitas Židonis, daugiau kaip 40 metų tyrinėjęs šią temą.

Ipolitas Židonis 1970–2018 m. buvo Šaulių universiteto Mechanikos ir statybos inžinerijos katedros profesorius, technikos mokslų daktaras, Lietuvos taikomųjų mokslų akademijos akademikas, 2018–2021 m. – atstovavo Klaipėdos universitetą (4 pav.). Profesorius sukūrė ZI metodą konstrukciniams elementams skaičiuoti, veikiant įrašoms skerspjūvio simetrijos ašies plokštumoje. Metodas leidžia taikyti tikrąsias, o ne supaprastintas, mechaninio būvio rodiklių reikšmes statmenuose konstrukcinių elementų pjūviuose, panaudojant kreivines medžiagų įtempių-deformacijų priklausomybes. Sukurtas algoritmas nagrinėja elementų skerspjūvį bet kurio apkrovimo etapu iki pat suirimo. Pateiktos formulės aprašo konstrukcinius elementus be plyšių, su plyšiais, pjūvius ties plyšiu arba tarp plyšių. Šiuo metodu galima nagrinėti įvairiai armuotus, įvairių medžiagų (betono, gelžbetonio, metalo, medžio ar kt.) konstrukcinius elementus, taip pat sluoksniuotuosius.



4 pav. Prof. Ipolitas  
Židonis,  
2018 m.

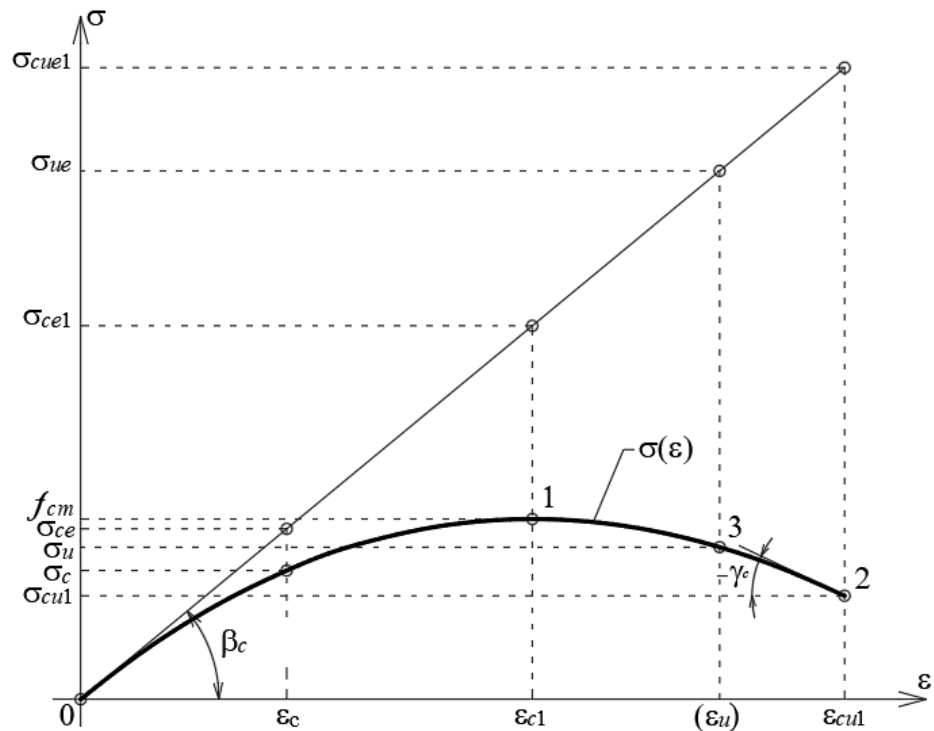
I. Židonis išplėtė matematinį modelį ir išvedė formules  $\sigma$ - $\varepsilon$  priklausomybėms aprašyti taip, kad būtų paprasta integruoti, apskaičiuojant ašinių jėgų ir lenkiamųjų momentų reikšmes (Židonis, 2007a; 2018a; 2018b). Kai nagrinėjama įtempių-deformacijų priklausomybės tiek kylanti, tiek krintanti dalis – taikomos 4-ojo arba 5-ojo laipsnio polinomo lygtys (5 pav., kreivės 0–1–3 ir 0–1–2), o kai reikia aprašyti deformavimą iki stiprumo ribos – 3-iojo laipsnio lygtis (0–1 atkarpa). Betono gniuždymo įtempiai bendruoju atveju išreiškiami 5-ojo laipsnio polinomu:

$$\sigma_c(\varepsilon_c) = E_c \cdot \varepsilon_c \cdot (1 + c_1 \cdot \eta + c_2 \cdot \eta^2 + c_3 \cdot \eta^3 + c_4 \cdot \eta^4),$$

čia  $\sigma_c$  yra gniuždomojo betono įtempiai;  $\varepsilon_c$  – betono deformacija;  $c_i$  – polinomo koeficientai;  $\eta$  – santykinė deformacija:

$$\eta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}},$$

čia  $\varepsilon_{c1}$  – betono deformacija, atitinkanti vidutinį betono gniuždomąjį stiprį  $f_{cm}$ .

5 pav. Diagramos  $\sigma$ - $\epsilon$  kreivės bendrasis vaizdas ir žymenys

Šio grafiko funkcija aprašo gniuždomojo betono įtempių priklausomybę nuo deformacijų. Grafikas turi 4 charakteringus taškus:

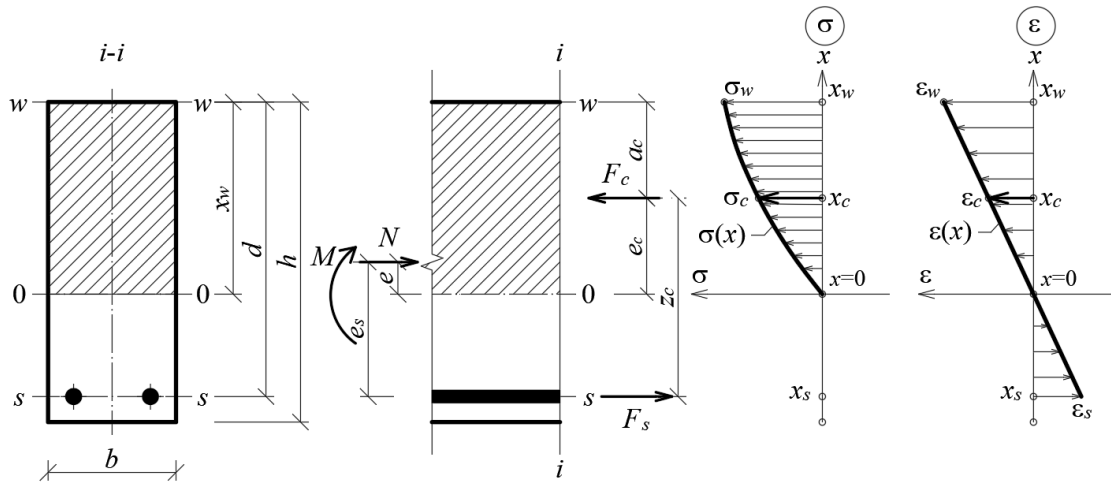
- „0“ – grafiko pradžia, t. y. bandinio apkrovimo ir deformavimo pradžia;
- „1“ – didžiausieji gniuždomojo betono įtempiai  $\sigma_{c1}$  arba vidutinis gniuždomojo betono stipris  $f_{cm}$  ir atitinkanti deformacijos reikšmė  $\epsilon_{c1}$ ;
- „2“ – ribiniai gniuždomojo betono įtempiai  $\sigma_{cul}$  ir atitinkanti deformacija  $\epsilon_{cul}$ ;
- „3“ – užbaigia 4-ojo laipsnio polinomo funkciją ir žymi atitinkamus gniuždomojo betono įtempius  $\sigma_u$  bei deformaciją  $\epsilon_u$ .

Gniuždomojo betono įtempių reikšmės  $\sigma_c$  ir  $\epsilon_c$  yra kintamosios. Funkcija  $\sigma_c(\epsilon_c)$  išreiškiama ankščiau paminėtu polinomu, kurio argumentas yra  $\epsilon_c$ . Toks matematinis uždavinio formulavimas yra dirbtinis ir net prieštaringas, kadangi inžinieriui įprasta samprotauti, kad bandinio apkrovimo metu pirmiausia pasireiškia įtempiai, o deformacijos yra įtempių veikimo pasekmė.

Sprendžiant konkretų uždavinį, pereiname nuo abstrakčių  $\sigma$  ir  $\epsilon$  sąvokų prie poveikių  $F$ ,  $M$  ir skerspjuvio koordinatę  $x$ . Integruojant įtempių funkciją, gaunamos sijų gniuždomosios srities betono įtempių atstojamosios jėgos ir šios jėgos sukeltamą momentą apie neutraliąją ašį išraiškos:

$$F_c = \int_0^{x_w} \sigma_c(\epsilon_c) \cdot b \cdot dx;$$

$$M_c = \int_0^{x_w} \sigma_c(\epsilon_c) \cdot b \cdot x_w \cdot dx.$$



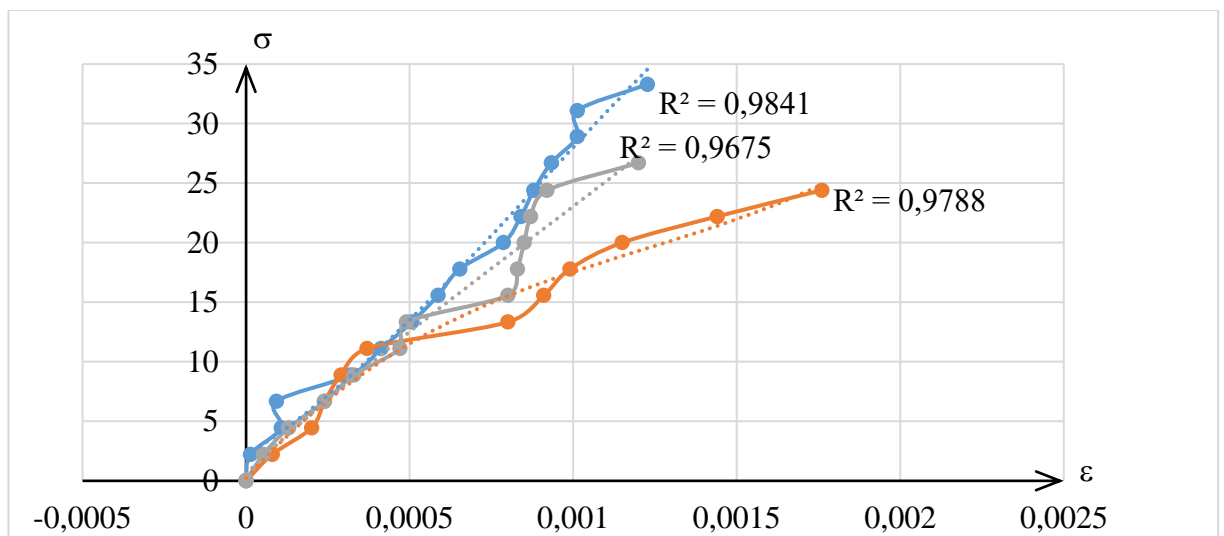
6 pav. Skaičiuojamasis skerspjūvis ir skerspjūvį veikiančios jėgos, įtempių ir deformacijų diagramos

Nagrinėjant gelžbetoninius elementus, išskiriami du atvejai – *gausaus* ir *negausaus* armavimo. Esant *gausaus* armavimo atvejui, sijos gniuždomosios srities betono deformacija pasiekia ribinę reikšmę anksčiau, nei tempiamosios srities armatūra pasiekia takumo ribą  $f_y$ . Šiuo atveju plokščiųjų pjūvių hipotezė taikoma visam sijos skerspjūviui. *Negausaus* armavimo atveju, armatūra anksčiau pasiekia takumo ribą  $f_y$ , nei sijos gniuždomosios srities betono deformacija pasiekia ribinę reikšmę (Židonis, 2018). Paprasčiausiuoju atveju, kai nenagrinėjama skerspjūvio tempiamoji sritis, ZI metode naudojamos tokios jėgų projekcijų ir lenkiamųjų momentų pusiausvyros lygtys:

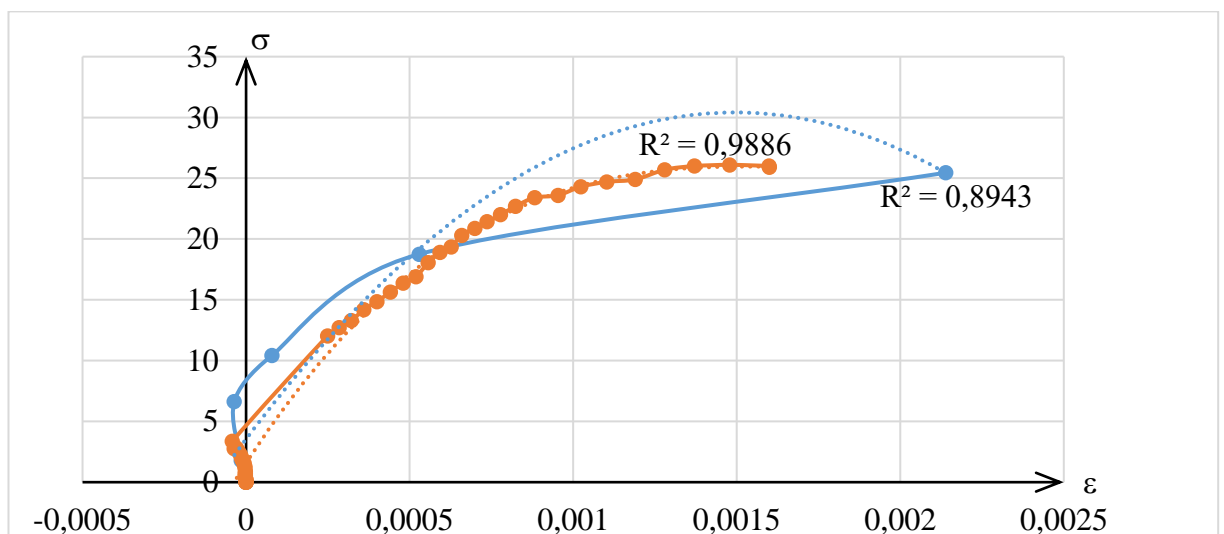
$$\begin{cases} \sum (F) = 0; \\ \sum (M) = 0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -N + F_c - F_s = 0; \\ M + N \cdot e_s = F_c \cdot z_c = F_s \cdot z_c . \end{cases}$$

Prof. I. Židonis taip pat nurodė, kaip ZI metode aprašytomis formulėmis galima apskaičiuoti sijų įtempių-deformacijų būvio rodiklius, elementų be plyšių arba su plyšiais būvį, statmenųjų pjūvių ties plyšiu arba tarp plyšių, bet kurio apkrovimo etapu (Židonis, 2009; 2010; 2013a; 2013b; 2014; 2018a; 2018b; 2019; Kovaitis, 2013). Tam jis pasiūlė du metodus – iteracinį (nuoseklaus artėjimo) ir tiesioginį, be ciklų kartojimo. Abejais metodais nagrinėjamų elementų skerspjūviai gali būti įvairių formų: sluoksniuotieji, su lentynomis ir t. t. Betono įtempių-deformacijų priklausomybių diagramas prof. I. Židonis siūlo aprašyti polinomis. Naudojant 3-iojo laipsnio polinomą, koeficientų išraiškos – paprastos ir labai patogios. 5-ojo laipsnio polinomis galima tiksliai aprašyti betono  $\sigma$ - $\varepsilon$  priklausomybės krintančios diagramos dalį. Be pasiūlyto skaičiavimo metodo, profesorius atliko daug gelžbetoninių ir betoninių sijų eksperimentinių bandymų, patvirtinančių ZI metodo tinkamumą. Prof. Michail Samofalov atliko gelžbetoninio elemento su plyšiais tempiamojoje skerspjūvio srityje skaičiavimus ZI metodu ir palygino gautus rezultatus su eksperimentiniais bandymais bei parengė straipsnį (Samofalov, 2021).

Kalbant apie įvairių medžiagų deformavimą, klasiškai skiriami keli principiniai etapai: tiesiškai tamprusis; plastiškasis (netamprusis, bendruoju atveju); irimo (plyšių susidarymas ir vystymasis, irimo akimirka). ZI metodas leidžia panaudoti realias medžiagų įtempių–deformacijų priklausomybės, tačiau tikrosios medžiagų diagramos nėra idealios ir aprašant polinomu, atitikimas gaunamas tik iki 95 %. Eksperimentiniais bandymų duomenimis sudarytos medžiagų  $\sigma$ - $\varepsilon$  diagramos parodo, jog medžiagos rodikliai yra jautrūs ir priklauso nuo daugybės parametru. Eksperimentiniais bandymais gautos betono įtempių ir deformacijų reikšmės pavaizduotos 1 grafike, deformacijas matuojant mechaniniu prietaisu, 2 grafike – deformacijas matuojant elektroniniu prietaisu.  $R^2$  reikšmė rodo betono tikrosios diagramos atitikimą 3-čiojo laipsnio polinomui, kuris svyruoja nuo 96 iki 99 %, gali būti ir 90 %.



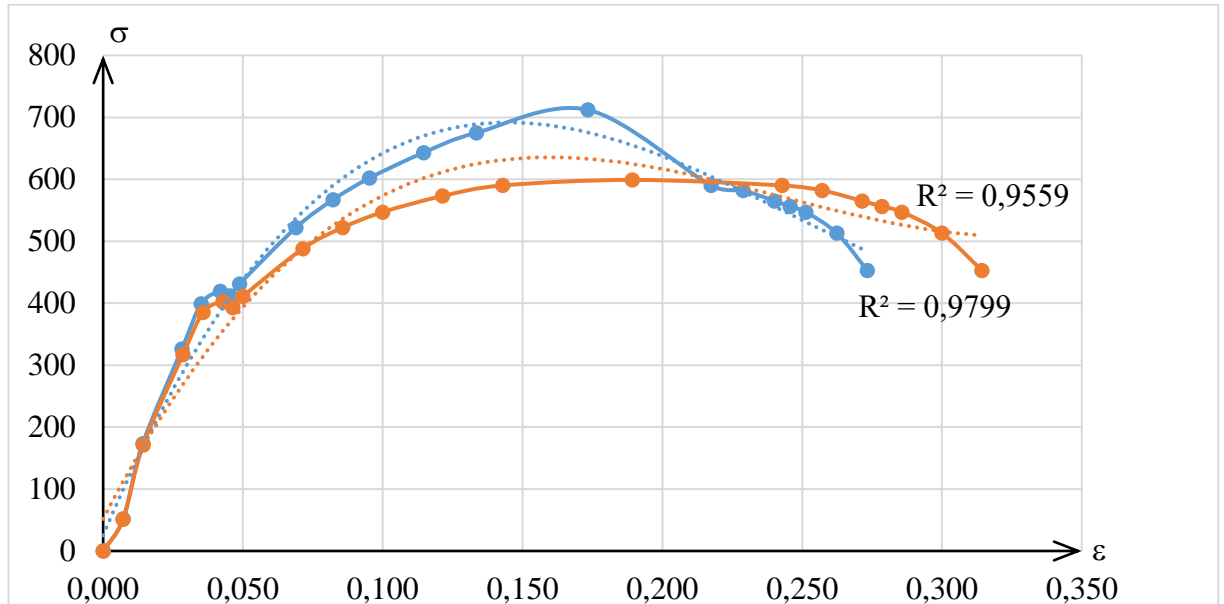
1 grafikas. Eksperimentinė betono  $\sigma$ - $\varepsilon$  priklausomybė, gniuždomo betono deformacijas matuojant mechaniniu prietaisu (LST EN 12390-3)



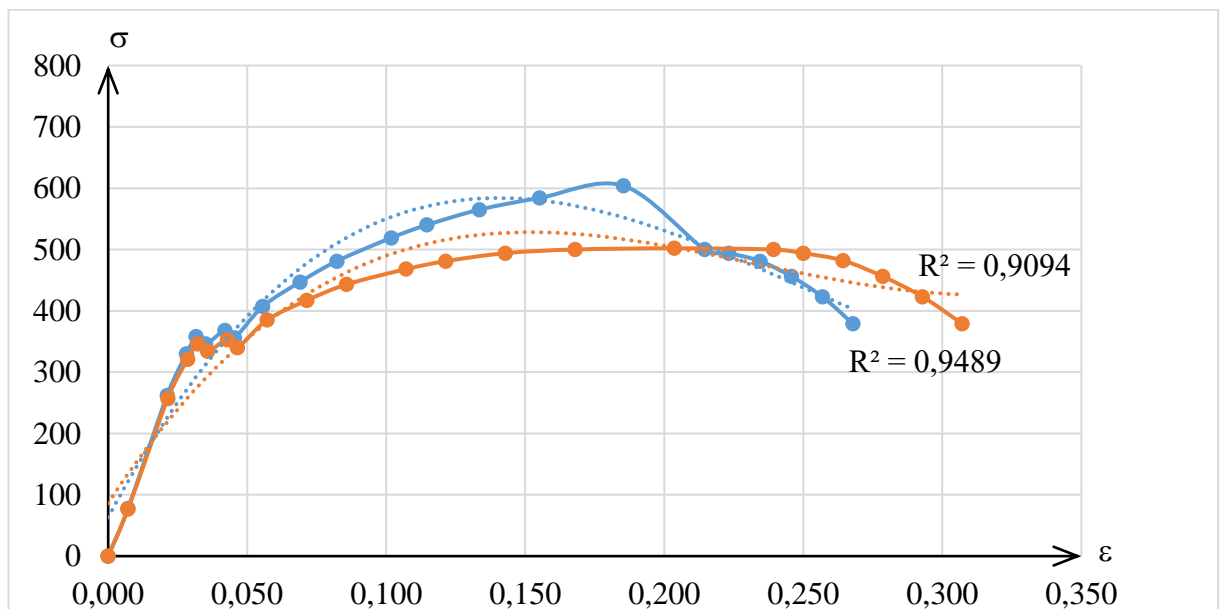
2 grafikas. Eksperimentinė betono  $\sigma$ - $\varepsilon$  priklausomybė, gniuždomo betono deformacijas matuojant elektroniniu prietaisu (LST EN 12390-3)

Polinomo grafikas sudaromas kompiuterine programa *Microsoft Excel* bei tikrinamas diagramos atitikimas polinomo funkcijai ( $R^2$  koeficientas).

Eksperimentais gautos plieno įtempių ir deformacijų reikšmės pavaizduotos 3 ir 4 grafikuose  $R^2$  reikšmė rodo plieno tikrosios diagramos atitikimą 3-čio laipsnio polinomui. Plieno atitikimas polinomui yra mažesnis, svyruoja nuo 90 iki 98 %, tačiau polinomai neįvertina plieno diagramoje esančios takumo aikštelės, todėl polinomas būtų tinkamesnis nagrinėjant plieną be takumo ribos.



3 grafikas. Eksperimentinė plieno  $\sigma$ - $\epsilon$  priklausomybė Nr. 1



4 grafikas. Eksperimentinė plieno  $\sigma$ - $\epsilon$  priklausomybė Nr. 2

Tempiamasis betono stipris STR ir euronormose apskaičiuojamas pagal formules ir priklauso nuo gniuždomojo betono stiprio. Tempiamojo betono įtempių-deformacijų priklausomybės diagrama normose nepateikiama. Atliekant skaičiavimus, beveik visada tempiamojo betono įtaką elemento

laikomajai galiai yra maža, kadangi tempiamojo stiprio reikšmė yra palyginti maža, o visą tempimo jėgą perima armatūra (gelžbetoninių elementų atveju). Tempiamasis betono stipris pasidaro aktualus nagrinėjant plyšius, plyšių atsiradimo momentą. Tačiau šiuo atveju tempimo įtempių diagrama imama stačiakampė – laikoma, kad tempimo įtempiai skerspjūvyje pasiskirstę vienodai.

Gniuždomosios armatūros įtempių-deformacijų diagrama naudojama tokia pati kaip ir tempiamajai armatūrai, aprašyti STR 2.05.05:2005. Gelžbetoninėse konstrukcijose armatūros plieno įtempiai dažniausiai neviršija takumo ribos, todėl įtempių-deformacijų priklausomybė yra tiesinė. Įtempiams pasiekus takumo ribą, STR ir euronormose pateikiama dviejų tiesių diagrama, kur antroji diagramos dalis yra horizontali ir atspindi plieno takumo aikštelę, vadinama Prandtli'o diagrama.

Medžiagos takumo, stiprumo ir irimo ribos nustatomos eksperimentiškai. Projektavimo požiūriu plastiškoms medžiagoms pavojinga yra takumo riba, trapioms medžiagoms – stiprumo riba. Vienašio įtempio būvio atveju šios ribos apibrėžtos vienareikšmiškai, kadangi tiesiogiai gaunamos iš eksperimentų: tempiant  $\sigma_1 \leq \sigma_y$  (arba  $\sigma_u$ ), gniuždant  $|\sigma_3| \leq \sigma_y$  (arba  $\sigma_u$ ). Dviašio bei triašio įtemptųjų būvių atvejais gali susidaryti daug įvairių derinių iš svarbiausiųjų įtempių  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  reikšmių. Todėl iš karto vienareikšmiškai suformuluoti pavojingiausios ribinės sąlygos nepavyksta. Ribinės sąlygos, kurios remiasi vienašio būvio bandymų rezultatais, galima vadinti tik hipotezėmis, kurios literatūroje dažnai vadinamos mechaninio stiprumo teorijomis (Čižas, 1993; Писаренко и др., 1988; Справочник, 1972).

I-oji. Didžiausiųjų normalinių įtempių hipotezė (škotas William Rankine, 1820–1872) nagrinėja tik  $\sigma_{\max} = \sigma_1$ , neatsižvelgiant į  $\sigma_2$  bei  $\sigma_3$  įtaką. Irimas įvyksta pasiekus stiprumo ribą  $\sigma_u$ , todėl galioja sąlyga:

$$\sigma_{\max} = \sigma_1 \leq \sigma_u .$$

Hipotezė tinka tik labai trapių medžiagų tempimui (pavyzdžiui, stiklo). Šiuo metu netaikoma.

II-oji. Didžiausiųjų linijinių deformacijų hipotezė (prancūzai Edme Mariotte, 1620–1684 ir Barre de Saint-Venant, 1797–1886) nagrinėja tik  $\varepsilon_{\max} = |\varepsilon_1|$ , medžiaga suyra pasiekiant stiprumo ribą  $\sigma_u$ , todėl galioja sąlyga:

$$\varepsilon_{\max} = |\varepsilon_1| \leq \varepsilon_u = \frac{\sigma_u}{E} ,$$

čia  $E$  yra medžiagos tamprumo modulis. Hipotezė galioja, kai kairioji nelygybės pusė yra teigiama. Tinka tik trapioms medžiagoms (pavyzdžiui, plytai, akmeniui ir pan.). Šiuo metu netaikoma.

III-oji. Didžiausiųjų tangentinių įtempių hipotezė (prancūzas Charles Coulomb, 1736–1806) nagrinėja  $\tau_{\max} = |\tau_2|$ , kai ima reikštis plastinės deformacijos ties takumo riba:

$$\tau_{\max} = |\tau_2| \leq \tau_y .$$

Žinant, kad tangentinis įtempis galime išreikšti normaliniais įtempiais, turime

$$\tau_{\max} = \frac{|\sigma_1 - \sigma_3|}{2} \quad \text{ir} \quad \tau_y = \frac{1}{2} \cdot \sigma_y ,$$

Tada galioja stiprumo sąlygos kitas pavidalas, išreikštas per svarbiausiuosius normalinius įtempius:

$$|\sigma_1 - \sigma_3| \leq \sigma_y .$$

Nors svarbiausias įtempis  $\sigma_2$  ir liko be dėmesio, tačiau sąlyga gerai tinka plastinėms medžiagoms, kurios vienodai priešinasi tempimui ir gniuždymui. Ši hipotezė kartais naudojama.

IV-oji. Energetinė hipotezė (italas Eugenio Beltrami, 1835–1900; vokiečių Richard von Mises, 1883–1953; lenkas Maksymilian T. Huber, 1872–1950 ir kt.) nagrinėja distorsinę energiją, skirtą formai bei tūriui pakeisti, vykstant deformavimui iki takumo ribos:

$$u_{\max} \leq u_y ,$$

čia  $u_{\max}$  yra vienetinio tūrio deformavimo energija,  $u_y$  – ribinė deformavimo energija iki takumo ribos. Išreiškiant energiją svarbiausiais įtempiais, turime Mizeso sąlygą:

$$\sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \leq \sigma_y .$$

Teorija tinka plastiškoms medžiagoms, kurios vienodai priešinasi tempimui ir gniuždymui. Šiomis dienomis ši hipotezė yra plačiai taikoma.

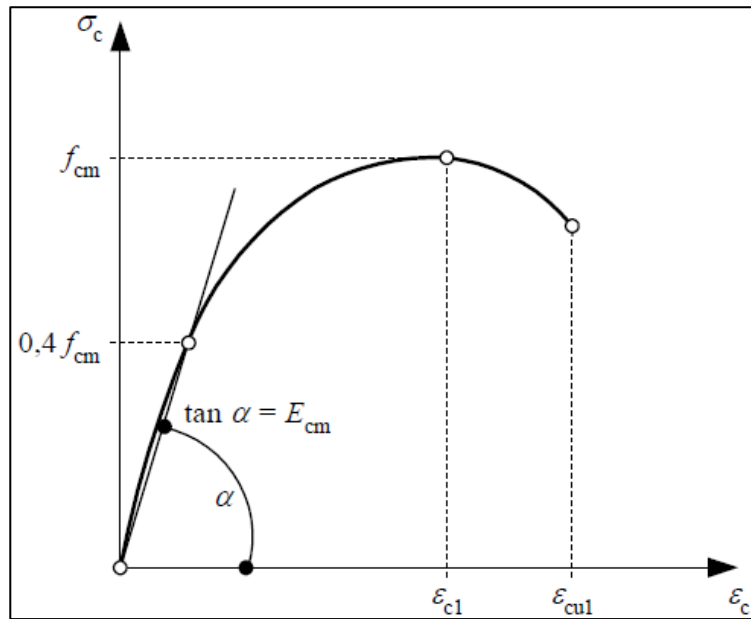
V-oji. Kulono-Moro hipotezė (vokiečių Otto Mohr, 1835–1918) teigia, kad reikšmingiausiai paprastai būna  $\sigma_1$  ir  $\sigma_3$  svarbiausieji įtempiai, tada:

$$[\sigma_1 - k \cdot \sigma_3] \leq \sigma_y \quad (\text{arba } \sigma_u) ,$$

čia  $k = \frac{\sigma_{yt}}{\sigma_{yc}}$  – plastiškoms medžiagoms,  $k = \frac{\sigma_{ut}}{\sigma_{uc}}$  – trapioms medžiagoms.

Teorija plačiai taikoma medžiagoms, kurios skirtingai priešinasi tempimui ir gniuždymui.

STR 2.05.05:2005 „Betoninių ir gelžbetoninių konstrukcijų projektavimas“ ir LST EN 1992-1-1. „Eurokodas 2. Gelžbetoninių konstrukcijų projektavimas. 1-1 dalis. Bendrosios ir pastatų taisyklės“ aprašo konstrukcijoms skaičiuoti pasirenkamus medžiagų rodiklius ir teikia  $\sigma$ - $\varepsilon$  diagramas. Laikoma, kad betono tamprusis deformavimas vyksta iki 40 % gniuždomojo betono stiprio  $f_{cm}$ , atitinkančio stiprumo ribą (7 pav.)

7 pav. Gniuždomojo betono  $\sigma$ - $\varepsilon$  priklausomybė (STR 2.05.05:2005)

Diagramoje  $\sigma$ - $\varepsilon$  priklausomybę išreiškia tokia formulė:

$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k-2)\eta};$$

čia rodiklis  $k$ :

$$k = \frac{1,1 \cdot E_{cm} \cdot |\varepsilon_{c1}|}{f_{cm}};$$

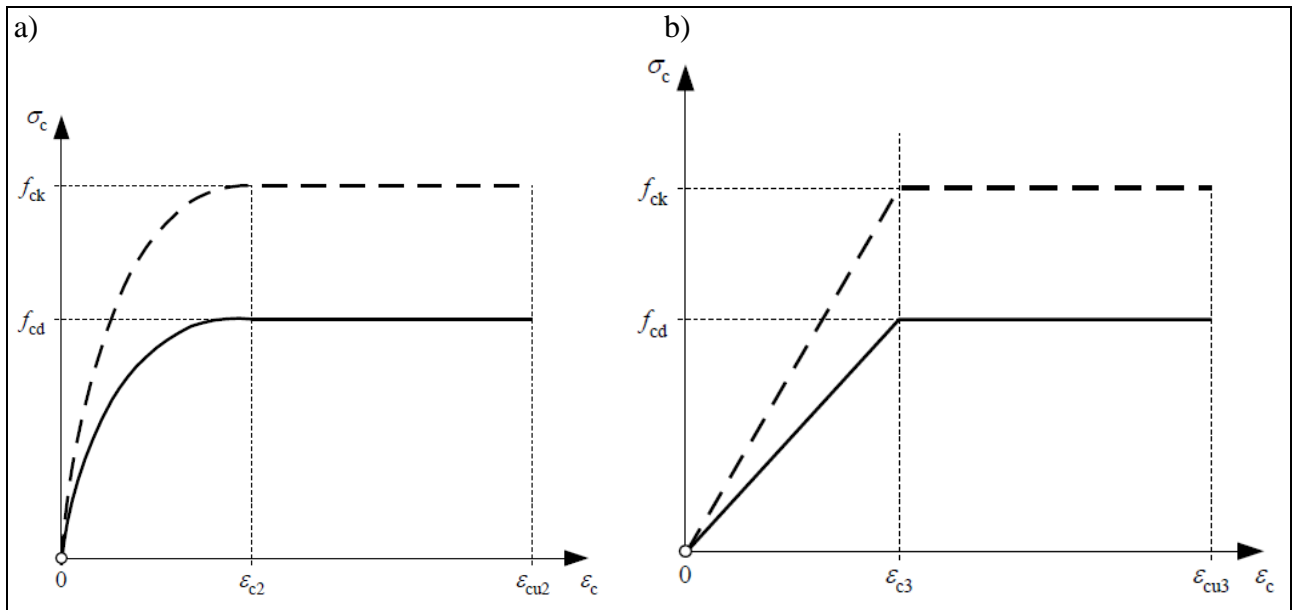
$f_{cm}$  - vidutinis gniuždomasis betono stipris, pagal STR priimtas  $f_{cm} = f_{ck} + 8$ ;  $\varepsilon_{c1}$  - betono deformacija atitinkanti vidutinę betono gniuždomąjį stiprį  $f_{cm}$  ir yra lygi  $\varepsilon_{c1} = -0,7 \cdot f_{cm}^{0,31}$ ;  $E_{cm}$  - euronormų kirstinis betono tamprumo modulis ir yra lygus  $E_{cm} = 22 \cdot (f_{cm}/10)^{0,3}$ .

Įtempių-deformacijų priklausomybės išraiška taikoma deformacijų ribose  $0 \leq |\varepsilon_c| \leq |\varepsilon_{cu1}|$ , čia  $\varepsilon_{cu1}$  yra ribinė betono deformacija priimta pagal euronormas, kai  $f_{ck} < 50$  MPa, tai ribinė deformacija  $\varepsilon_{cu1} = 3,5$ .

Skaičiuojant gelžbetoninių konstrukcijų statmeną pjūvio stiprumą, reglamente taip pat naudojama parabolės-tiesės diagrama (8a pav.).

$$\begin{cases} \text{kai } 0 \leq |\varepsilon_c| \leq |\varepsilon_{c2}|, \text{ tada } \sigma_c = f_{cd} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{|\varepsilon_c|}{|\varepsilon_{c2}|} \right)^n \right]; \\ \text{kai } |\varepsilon_{c2}| \leq |\varepsilon_c| \leq |\varepsilon_{cu2}|, \text{ tada } \sigma_c = f_{cd}. \end{cases}$$

čia  $f_{cd}$  yra betono skaičiuojamasis gniuždomasis stipris;  $\varepsilon_{c2}$  - betono deformacija, atitinkanti betono charakteristinį arba skaičiuojamąjį gniuždomąjį stiprį;  $\varepsilon_{cu2}$  - ribinė betono deformacija.

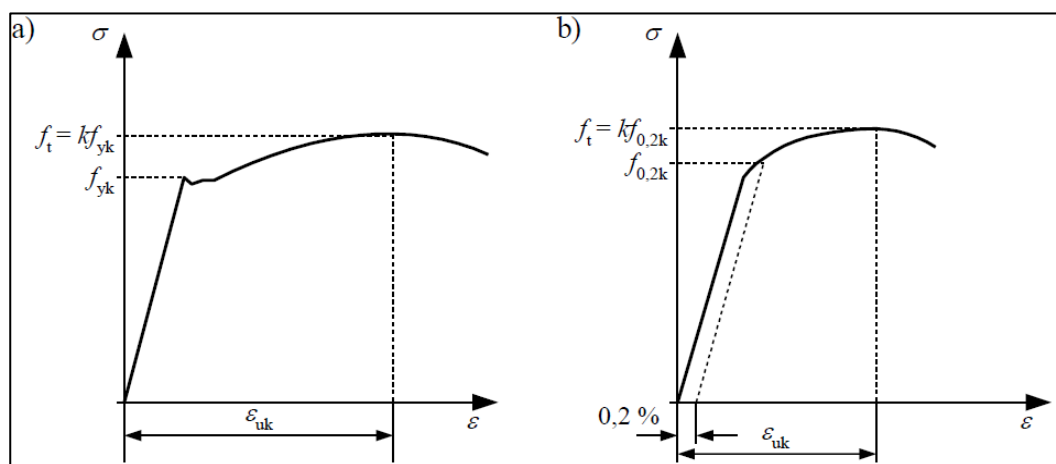


8 pav. Gniuždomojo betono  $\sigma$ - $\varepsilon$  priklausomybės: parabolės-tiesės (a); bitiesinė (b)

Taip pat galima naudoti supaprastintą bitiesinę įtempių-deformacijų priklausomybę (8b pav.), čia  $\varepsilon_{c3}$  yra betono deformacija, atitinkanti betono charakteristinį arba skaičiuotinį gniuždomąjį stiprį;  $\varepsilon_{cu3}$  – ribinė betono deformacija.

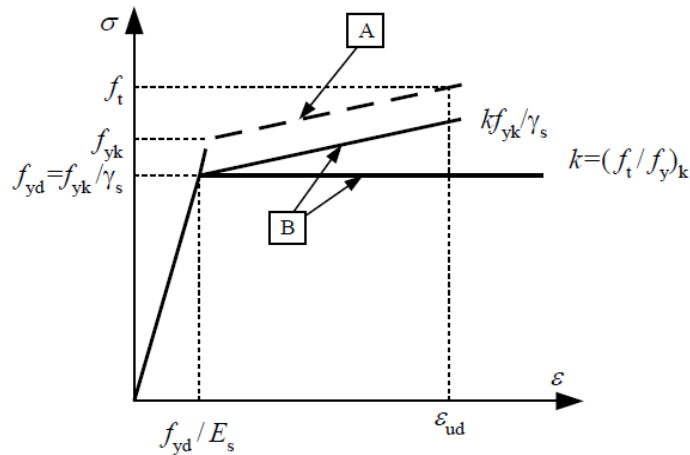
Normose pateikiama tik stačiakampės  $\sigma$ - $\varepsilon$  priklausomybės diagramos panaudojimo metodika, o kreivinės diagramos naudojimo metodikos nepateikta. Todėl aukščiau aptartas ZI metodas yra pranašesnis.

Armatūrinis plienas pagal STR 2.05.05:2005 ir LST EN 1992-1-1 naudojamas (9 pav): didelio plastiškumo, kai armatūros plieno deformacija prie didžiausiųjų įtempių yra  $\varepsilon_{uk} > 5\%$  ir  $f_{tk}/f_{yk} > 1,08$ ; normalaus plastiškumo, kai  $\varepsilon_{uk} > 2,5\%$  ir  $f_{tk}/f_{yk} > 1,05$ . Čia  $f_{tk}$  yra tempiamasis stipris;  $f_{yk}$  – takumo stipris.



9 pav. Armatūrinio plieno  $\sigma$ - $\varepsilon$  priklausomybė:  
karštai valcuoto plieno (a); šaltai apdirbto plieno (b)

Armatūriniam plienui neturint aiškios takumo aikštelės, takumo įtempius  $f_{yk}$  galima pakeisti 0,2 % liekamosios deformacijos įtempiais  $f_{0,2k}$ . Skaičiuojant naudojama supaprastintoji bitiesinė priklausomybė (10 pav.).

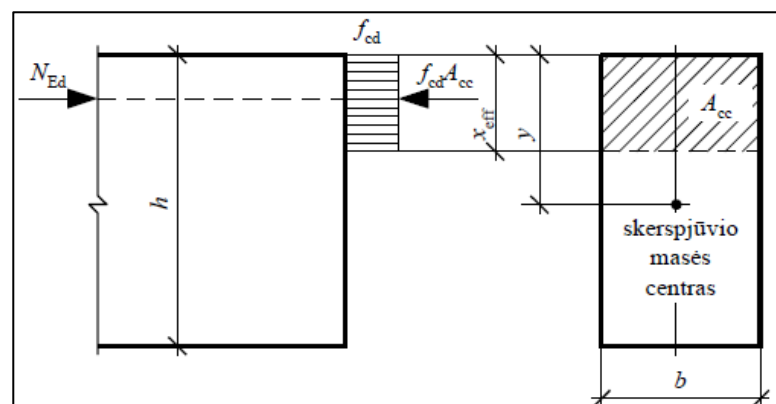


10 pav. Supaprastinta armatūrinio plieno  $\sigma$ - $\epsilon$  priklausomybė

Priklausomybės „A“ tiesė aprašo plieno charakteristines reikšmes, o „B“ – skaičiuotines, kurios gaunamos charakteristines reikšmes dalijant iš armatūrinio plieno dalinio patikimumo koeficiento  $\gamma_s$  (strypinei armatūrai lygus 1,1, vielai – 1,2).

Konstrukcijoms skaičiuoti normose (STR 2.05.05:2005; STR 2.05.07:2005; STR 2.05.08:2005; LST EN 1992-1-1) yra naudojamas ribinių būvių metodas. Betoniniai konstrukciniai elementai apskaičiuojami dviem būdais.

Pirmasis būdas – ekscentriškai gniuždomi betoniniai elementai, esant mažam ekscentricitetui, skaičiuojami darant prielaidas: ribinis būvis pasiekiamas suirus skerspjūvio gniuždomosios zonos betonui; tempiamoji skerspjūvio dalis nenagrinėjama; įtempių pasiskirstymas sąlyginėje gniuždomojoje skerspjūvio srityje yra stačiakampio pavidalo (11 pav.).



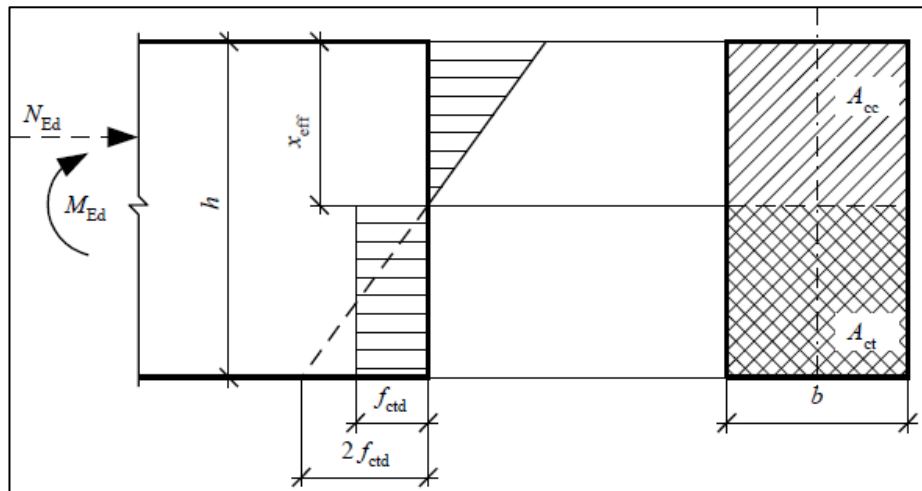
11 pav. Ekscentriškai gniuždomų betoninių elementų statmenoji pjūvio skaičiuojamoji schema, nenagrinėjant skerspjūvio tempiamosios srities

Ekscentriškai gniuždomų elementų stiprumas tikrinamas taikant tokią lygybę:

$$N_{Ed} \leq f_{cd} \cdot A_{cc} \quad (1)$$

čia  $A_{cc}$  yra elemento skerspjūvio gniuždomosios srities plotas, priimant prielaidą, kad gniuždomosios srities geometrinis centras sutampa su išorinių jėgų atstojamosios jėgos pridėties tašku;  $f_{cd}$  – skaičiuojamasis betono gniuždomasis stipris;  $N_{Ed}$  – išorinių poveikių atstojamoji jėga.

Antrasis būdas – ekscentriškai gniuždomi betoniniai elementai, esant dideliems ekscentricitetams, taip pat lenkiamieji betoniniai elementai skaičiuojami įvertinant elemento tempiamąją skerspjūvio sritį. Skaičiuojant priimamos tokios prielaidos: ribinis būvis pasiekiamas skerspjūvio tempiamojoje srityje atsivėrus plyšiams; deformuojantis elementui pjūviai išlieka plokšti, galioja Bernulio plokščiųjų pjūvių prielaida; labiausiai tempiamo skerspjūvio sluoksnio didžiausia deformacija yra lygi  $2 \cdot f_{ctd} / E_{cm}$ ; skerspjūvio gniuždomosios srities betono įtempiai apskaičiuojami neįvertinant plastinių deformacijų; tempiamojoje srityje betono įtempių pasiskirstymas yra stačiakampio formos, gniuždomosios srities įtempių pasiskirstymas – trikampio formos (12 pav.).



12 pav. Ekscentriškai gniuždomų ir lenkiamųjų betoninių elementų statmenojų pjūvio skaičiuojamoji schema, atsižvelgiant į skerspjūvio tempiamąją sritį

Šiuo atveju ekscentriškai gniuždomų elementų stiprumas tikrinamas taikant tokią nelygybę:

$$N_{Ed} \leq \frac{f_{ctd} \cdot W_{pl}}{e_0 \cdot \eta - r} \quad (2)$$

čia  $f_{ctd}$  yra skaičiuojamasis betono tempiamasis stipris;  $e_0$  – ašinės jėgos ekscentricitetas;  $r$  – atstumas nuo skerspjūvio centro iki skerspjūvio branduolio taško, labiausiai nutolusio nuo tempiamosios zonos;  $\eta$  – koeficientas, įvertinantis ašinės jėgos ekscentriciteto didėjimą nuo įlinkio;  $W_{pl}$  – skerspjūvio atsparumo momentas, apskaičiuojamas skerspjūvio labiausiai tempiamo sluoksnio atžvilgiu, nagrinėjant netamprias betono deformacijas, priimant prielaidą, kad nėra išilginės jėgos.

Lenkiamieji betoniniai elementai apskaičiuojami taikant tokią sąlygą:

$$M \leq f_{ctd} \cdot W_{pl} \quad (3)$$

Skaičiuojant gelžbetoninius elementus, stiprumas tikrinamas statmenuose elemento išilginei ašiai pjūviuose bei įstrižuose pjūviuose. Nagrinėjant statmenuosius pjūvius, priimamos tokios prielaidos:

- tempiamojo betono stipris lygus nuliui;
- gniuždomojo betono stipris yra lygus skaičiuotiniams gniuždomojo betono įtempiams  $f_{cd}$ ;
- įtempių pasiskirstymas skerspjūvio gniuždomojoje dalyje yra stačiakampio pavidalo (11 pav.);
- armatūros deformacijos nustatomos atsižvelgiant į skerspjūvio gniuždomosios dalies aukštį, nagrinėjant išankstinio įtempimo deformacijas;
- armatūros tempiamasis stipris neviršija skaičiuotinių armatūros tempiamųjų įtempių  $f_{yd}$ ;
- armatūros gniuždomasis stipris neviršija skaičiuotinių armatūros gniuždomųjų įtempių  $f_{scd}$ ;
- išorinėms jėgoms veikiant elemento normalinį pjūvį, stiprumas apskaičiuojamas atsižvelgiant į elemento skerspjūvio gniuždomosios dalies santykinį aukštį  $\xi_{eff}$  ir santykinį ribinį aukštį  $\xi_{lim}$ , kuriam esant, elementas pasiekia ribinį būvį, esant armatūros įtempiams lygiems  $f_{yd}$ . Elemento skerspjūvio gniuždomosios dalies santykinis aukštis yra lygus:

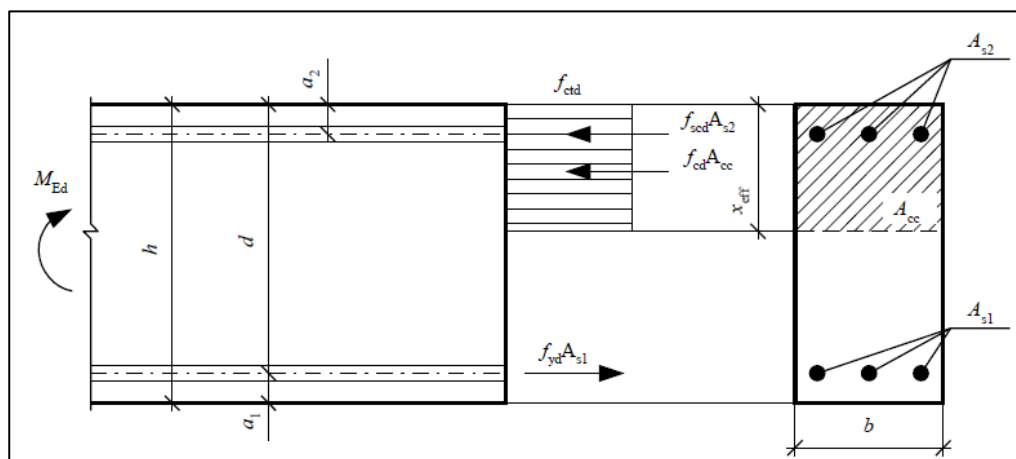
$$\xi_{eff} = \frac{x_{eff}}{d},$$

čia  $x_{eff}$  yra skerspjūvio gniuždomosios dalies aukštis;  $d$  – skerspjūvio naudingasis aukštis.

Elemento skerspjūvio gniuždomosios dalies ribinis santykinis aukštis yra lygus:

$$\xi_{lim} = \frac{\omega}{1 + \frac{\sigma_{s,lim}}{\sigma_{sc,lim}} \cdot \left(1 - \frac{\omega}{1,1}\right)}$$

čia  $\omega$  yra betono gniuždomosios dalies rodiklis;  $\sigma_{s,lim}$  – armatūros tempiamieji įtempiai;  $\sigma_{sc,lim}$  – armatūros gniuždomieji įtempiai.



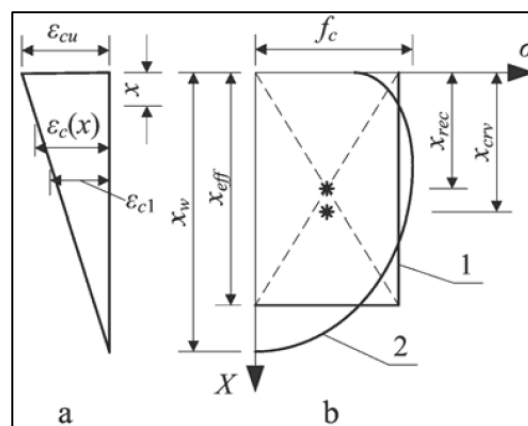
13 pav. Lenkiamojo elemento statmenojų pjūvio skaičiuojamoji schema

Nuo 1955 m. TSRS normose prof. A. Gvozdevo iniciatyva gelžbetoninių elementų įlinkiams skaičiuoti tempiamai armatūrai netaikoma plokščiųjų pjūvių hipotezė, t. y. atsiradus plyšiams, skerspjūvyje ties plyšiu armatūros deformacijos nebesutampa su plokščiojo pjūvio rodromomis deformacijomis. Koks tas deformacijų atsilenkimas nuo plokščiojo pjūvio, neaišku. Tokia prielaida pareikalavo didžiulės elementų bandymo apimties.

Anksčiau paminėtuose statybos reglamento skaičiavimo metoduose, kai gniuždomosios srities betonui imamos sąlyginės nekintamos formos trikampės arba stačiakampės įtempių–deformacijų priklausomybės, apskaičiuojamos ne kreiviams nagrinėti reikalingos betono deformacijos, bet betono įtempiai. Deformacijos gaunamos įtempius dalinant iš deformacijų modulio, tačiau tikroji modulio reikšmė nežinoma, todėl atsiranda paklaidos, kadangi priimamos sąlyginės tamprumo modulio reikšmės. Taip pat reikia apskaičiuoti ir elemento gniuždomosios betono dalies ribinį santykinį aukštį, kuris taip pat yra apskaičiuojamas imant sąlygines koeficientų reikšmes iš lentelių. ZI metode sprendžiama kitaip – iš karto apskaičiuojamos deformacijos, o ribinio santykinio aukščio sąvoka nenaudojama. Skaičiavimo rezultatus gali tekti koreguoti, jeigu skaičiavimuose naudojama iš eksperimentinių bandymų gauta kreivinė betono įtempių–deformacijų diagrama reikšmingai skiriasi nuo elemento betono tikrosios diagramos. Esant žymiam apkrovos intensyvumo padidėjimui ir elemento betono gniuždomosios zonos virš plyšio storio sumažėjimui, gali tekti koreguoti arba  $\sigma$ - $\varepsilon$  diagramą arba skaičiavimo rezultatus. Tai sudaro sąlygas tolimesniems tyrimams ir tobulinimams.

Daug kitų Lietuvos ir užsienio mokslininkų tobulino gelžbetoninių konstrukcinių elementų skaičiavimo metodus, kūrė naujus metodus, vykdė eksperimentinius bandymus, analizavo rezultatus. Visų tyrimų esmė, kad skaičiavimais gautos gelžbetoninių elementų įtempių–deformacijų būvio rodiklių reikšmės, būtų arčiau tikrųjų, eksperimentais nustatytų, reikšmių.

Vilniaus Gedimino technikos universiteto mokslininkai E. Dulinskas, D. Zabulionis, R. Balevičius (2007a; 2007b) analizavo kreivinės įtempių–deformacijų diagramos su žemyn krintančiąja dalimi pakeitimo stačiakampe įtempių–deformacijų diagrama (14 pav.).

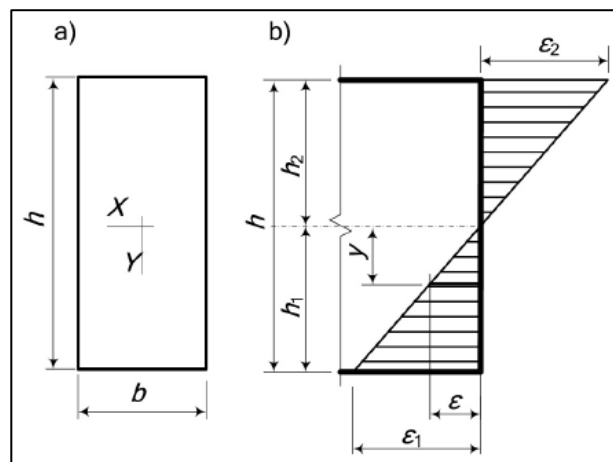


14 pav. Deformacijų ir įtempimų pasiskirstymas skerspjūvio gniuždomoje srityje:

1 – stačiakampis įtempimų pasiskirstymas; 2 – netiesinis įtempimų pasiskirstymas

Buvo tiriamas ekvivalentiškumas, nagrinėjant stačiakampio skerspjūvio lenkiamąsias, ekscentriškai gniuždomąsias ir tempiamąsias gelžbetonines konstrukcijas. Jie pasiūlė metodą, kaip ekvivalentiškai pakeisti šias diagramas. Kiekvienai betono klasei buvo apskaičiuoti atitinkami koeficientai. Taip pakeitus diagramas, galima būtų skaičiuoti gelžbetonines konstrukcijas taikant stačiakampį įtempių-deformacijų diagramos modelį.

E. Dulinskas taip pat tyrė elastoplastinio strypinio elemento skerspjūvio (15 pav.) įtempių-deformacijų pasiskirstymą grynojo lenkimo atveju. Buvo nagrinėjami keli atvejai, kai įtempių pasiskirstymas skerspjūvio tempiamojoje ir gniuždomojoje srityse yra stačiakampio ir trikampio formų bei gniuždomojoje srityje pasiskirstymas – trikampio formos, tempiamojoje – stačiakampio.



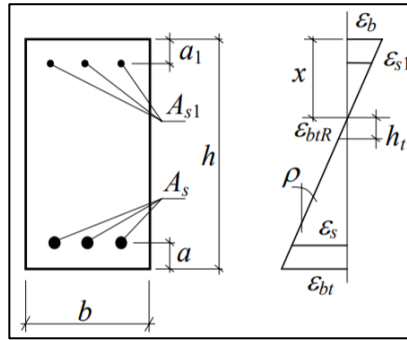
15 pav. a) elemento skerspjūvis; b) deformacijų pasiskirstymas skerspjūvyje

Straipsnyje įtempių atstojamoji jėga ir jos momentas gaunami integruojant įtempius pagal atitinkamas deformacijas:

$$N = \int_{-\epsilon_2}^{\epsilon_1} \sigma(\epsilon) \cdot d\epsilon ; \quad M = \int_{-\epsilon_2}^{\epsilon_1} \sigma(\epsilon) \cdot \epsilon \cdot d\epsilon ,$$

čia  $\epsilon$  yra einamoji deformacija;  $\epsilon_1$  ir  $\epsilon_2$  – deformacijos skerspjūvio apatiniame ir apatiniame kraštuose;  $\sigma(\epsilon)$  – įtempių pasiskirstymo funkcija, kai pasiskirstymas stačiakampio formos, įtempių reikšmė yra pastovi, kai trikampio formos – taikomas koeficientas  $\lambda_i = 2/3$ . Autoriaus pasiūlytas metodas yra skirtas apskaičiuoti elementų skerspjūvio rodiklius, kai elemento medžiagos įtempių-deformacijų priklausomybė yra netiesinė.

R. Balevičius (2005) nagrinėjo lenkiamus gelžbetoninius elementus, panaudojant netiesines medžiagų įtempių-deformacijų priklausomybes. Tyrimo objektas – gelžbetoninė sija, armuota skerspjūvio tempiamojoje ir gniuždomojoje srityse (16 pav.).



16 pav. Tyrime nagrinėjamos gelžbetoninės sijos skerspjūvis ir deformacijų pasiskirstymas

Gniuždomasis betonas aprašomas keturiomis įtempių-deformacijų priklausomybėmis. LST EN 1992-1-1  $\sigma$ - $\varepsilon$  priklausomybė:

$$\sigma_b(\varepsilon_b) = \frac{\frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{bR}} - \left(\frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{bR}}\right)^2}{1 + \left(\frac{1}{v_{bR}} - 2\right) \cdot \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{bR}}} \cdot R_b,$$

$$v_{bR} = \frac{R_b}{E_b \cdot \varepsilon_{bR}},$$

čia  $v_{bR}$  yra betono tamprumo koeficientas;  $\varepsilon_b$  – einamoji betono deformacija;  $\varepsilon_{bR}$  – ribinė betono deformacija;  $R_b$  – betono gniuždomasis stipris;  $E_b$  – betono tamprumo modulis.

Hognestad'o įtempių-deformacijų priklausomybė:

$$\sigma_b(\varepsilon_b) = \left( 2 \cdot \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{bR}} - \left(\frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{bR}}\right)^2 \right) \cdot R_b.$$

Bitiesinė  $\sigma$ - $\varepsilon$  priklausomybė:

$$\sigma_b(\varepsilon_b) = \begin{cases} \varepsilon_b \cdot E_b^{\text{sec1}}, & \varepsilon_b \cdot E_b^{\text{sec1}} \leq \eta \cdot R_b \\ \eta \cdot R_b + \left( \varepsilon_b - \frac{\eta \cdot R_b}{E_b^{\text{sec1}}} \right) \cdot E_b^{\text{sec2}}, & \varepsilon_b \cdot E_b^{\text{sec1}} > \eta \cdot R_b \end{cases},$$

čia

$$E_b^{\text{sec1}} = v \cdot E_b, \quad E_b^{\text{sec2}} = \frac{E_b^{\text{sec1}} \cdot R_b \cdot (1 - \eta)}{\varepsilon_{bR} \cdot E_b^{\text{sec1}} - \eta \cdot R_b},$$

čia  $v$  yra betono tamprumo koeficientas;  $\eta$  – ribinis betono įtempių ir stiprio santykinis koeficientas, aprašantis beveik elastingą skerspjūvio elgseną.

Elastoplastinė įtempių-deformacijų priklausomybė:

$$\sigma_b(\varepsilon_b) = v \cdot \varepsilon_b \cdot E_b.$$

Tempiamasis betonas aprašomas panaudojant vidutinių plyšių modelį:

$$\sigma_{bt}(\varepsilon_{bt}) = \begin{cases} \varepsilon_{bt} \cdot E_b, & \varepsilon_b \cdot E_b \leq R_{bt}, \\ \alpha \cdot R_{bt} - (\varepsilon_{bt} - \varepsilon_{btR}) \cdot E_{bt}^{\text{sec}}, & \varepsilon_{btR} < \varepsilon_{bt} < \beta \cdot \varepsilon_{btR}, \\ 0, & \varepsilon_{bt} \geq \beta \cdot \varepsilon_{btR}, \end{cases}$$

čia

$$E_{bt}^{\text{sec}} = \frac{\alpha \cdot R_{bt}}{\varepsilon_{btR} \cdot (\beta - 1)}, \quad \varepsilon_{btR} = \frac{R_{bt}}{E_b},$$

$\varepsilon_{bt}$  yra vidutinė tempiamo betono deformacija;  $R_{bt}$  – tempiamasis betono stipris;  $\varepsilon_{btR}$  – plyšių atsiradimo deformacija;  $\alpha$  ir  $\beta$  - koeficientai atsižvelgiantys į tempiamąjį standį.

Armatūrinis plienas aprašomas tiesine įtempių-deformacijų priklausomybę.

Tyrimė yra naudojamos skerspjuvio vidinių jėgų ir momentų išraiškos t. y. skerspjuvio gniuždomosios srities betono įtempių atstojamoj jėga ir jos momentas apie neutraliąją ašį. R. Balevičius visoms keturioms tyrimė naudojamoms betono  $\sigma$ - $\varepsilon$  priklausomybėms išvedė vidinių jėgų išraiškas.

Elemento skerspjuvio pusiausvyra aprašoma dviem lygtimis – lenkimo momentų ir jėgų projekcijų. Norint išspręsti pusiausvyros lygčių sistemą, atsižvelgiant į medžiagų įtempių-deformacijų priklausomybes nagrinėjamos 4 elemento tempiamosios srities deformacijos etapai:

- elementas yra be plyšių;
- grynasis tempimas;
- dalinis tempimas;
- elementas su plyšiais, tempiamas betonas nebevertinamas.

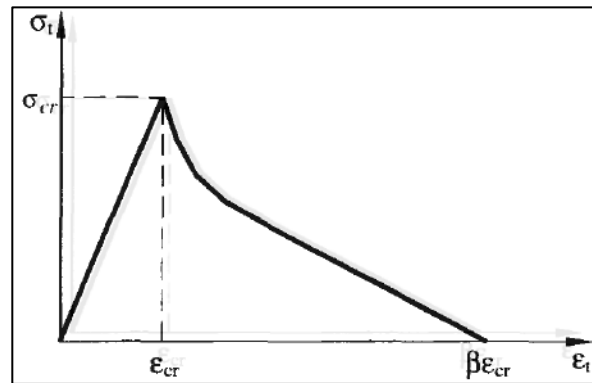
Sprendžiant pusiausvyros lygčių sistemą grynojo ir dalinio tempimo etapuose, gaunamos lygtys iki 9-ojo laipsnio. Norint sumažinti lygties laipsnį ir gauti aiškų sprendinį, autorius pasiūlė priimti nesupleišėjusios skerspjuvio tempiamosios srities aukštį, priklausomai nuo veikiančio momento:

$$h_t = \frac{\varepsilon_{btR}}{\rho_{cr}} - \left( \frac{M - M_c}{M_{pr,stf} - M_c} \right)^k \cdot \frac{\varepsilon_{btR} \cdot \beta - \rho_{cr} \cdot (h - x_{pr,stf})}{\rho_{cr} \cdot \beta},$$

čia  $\rho_{cr}$  yra kreivis, sukeltas pleišėjimo momento  $M_c$ ;  $M_{pr,stf}$  ir  $x_{pr,stf}$  – momentas ir neutraliosios ašies padėtis grynojo tempimo etapo pabaigoje, kai tempiamoji deformacija pasiekia ribinę reikšmę  $\varepsilon_{btR} \cdot \beta$ ;  $k$  – koeficientas,  $k = 1,0$ , kai  $h_t$  aprašomas linijine interpoliacija.

Ištačius aukščiau aprašytą skerspjuvio tempiamosios srities išraišką į lygčių sistemą gaunama 4-ojo laipsnio lygtis, kurią išsprendus gaunamas aiškus sprendinys. R. Balevičius palygino savo pasiūlytą metodiką su empirinę SNIIP normų metodiką bei atliko skaitinius eksperimentinius. Gauti rezultatai, parodė teorinių ir eksperimentinių rezultatų panašumą.

Prof. G. Kaklauskas (2001a; 2001b) sukūrė ir aprašė vientisą integralinį deformatyvumo fizikinį modelį, skirtą supleišėjusių lenkiamųjų gelžbetoninių konstrukcijų, apkrautų trumpalaikėmis apkrovomis, deformacijoms nustatyti. Jo pasiūlytas modelis apima armatūros, gniuždomojo betono įtempių-deformacijų diagramas bei integralinę tempiamojo betono fizikinę priklausomybę (17 pav.).



17 pav. Integralinė supleišėjusio tempiamojo betono priklausomybė |  
(Kaklauskas, 2001b)

Šiame darbe  $\sigma$ - $\varepsilon$  priklausomybės krintančioji atkarpa aprašoma formulėmis:

$$\sigma_t = 0,625 \cdot \sigma_{cr} \left( 1 - \frac{\varepsilon_t}{\beta} - \frac{1 + 0,6 \cdot \beta}{\beta \cdot \varepsilon_t} \right); \quad \frac{\sigma_t}{\sigma_{cr}} = \frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_{cr}}; \quad \varepsilon_{cr} = \frac{\sigma_{cr}}{E_c};$$

čia  $\sigma_{cr}$  yra betono stipris tempiant;  $\varepsilon_{cr}$  – tempiamojo betono pleišėjimo deformacija;  $\beta$  – koeficientas, priklausantis nuo armavimo intensyvumo.

V. B. Filatovas ir A. A. Suvorovas (Filatov 2016; Суворов 2016) pasiūlė metodą įtempių-deformacijų būviui nustatyti gelžbetoninių konstrukcijų statmenuose ašiai pjūviuose, taikant kreivines įtempių-deformacijų diagramas. MathCAD programa sukūrė algoritmą tokiam uždaviniui skaičiuoti, taikant tikrąsias medžiagų įtempių-deformacijų diagramas. Algoritmą sudaro penki programavimo blokai:

- 1) nustatomi elemento matmenys, skerspjūvį veikiančios įrašos;
- 2) aprašomos medžiagos fizikinės ir mechaninės savybės ( $\sigma$ - $\varepsilon$  priklausomybė ir kt.);
- 3) nustatomas betono valkšnumas, atsižvelgiant į laiką;
- 4) sudaromas netiesinio deformavimo modelio algoritmas;
- 5) iteraciniu metodu ieškoma pusiausvyra, išvedami skaičiavimo rezultatai.

E. Raue (2004a; 2004b; 2007a; 2007b; 2007c) pasiūlė mechaninį modelį kompozitinių ir gelžbetoninių konstrukcinių elementų deformacijoms analizuoti, atsižvelgiant į plyšių atsiradimą. Mokslininko pasiūlytas modelis yra pagrįstas Lagranžo principu, teigiančiu, kad visa potencinė energija, bet kurio laiko momentu yra minimali. Šiuose tyrimuose medžiagų savybes išreiškiamos

kreivinėmis įtempių-deformacijų priklausomybėmis. Medžiagos taip pat aprašomos ir deformacijos energija  $W(\varepsilon)$  bei kitomis dvejomis funkcijomis  $F(\varepsilon)$  ir  $\varphi(\varepsilon)$ , gautomis integruojant  $\sigma$ - $\varepsilon$  priklausomybę:

$$W = W(\varepsilon) = \int_0^{\varepsilon} \sigma(\varepsilon) d\varepsilon; \quad F = F(\varepsilon) = \int_0^{\varepsilon} W(\varepsilon) d\varepsilon; \quad \varphi = \varphi(\varepsilon) = \int_0^{\varepsilon} F(\varepsilon) d\varepsilon.$$

Mokslininkas savo tyrimuose, medžiagos įtempių-deformacijų priklausomybėms aprašyti, naudojo polinomus. Integruojant įtempių funkciją  $\sigma(\varepsilon)$ , deformacijos energijos funkciją  $W(\varepsilon)$  bei kitas dvi funkcijas  $F(\varepsilon)$  ir  $\varphi(\varepsilon)$ , gaunami 1-o, 2-o, 3-čio ir 4-tojo laipsnių polinomi (Raue, 2007a):

$$\begin{aligned} \sigma(\varepsilon) &= \sigma_{c1} + E_{c2} \cdot (\varepsilon - \varepsilon_{c1}); \\ W(\varepsilon) &= W_{c1} + \sigma_{c1} \cdot (\varepsilon - \varepsilon_{c1}) + \frac{E_{c2}}{2} \cdot (\varepsilon - \varepsilon_{c1})^2; \\ F(\varepsilon) &= F_{c1} + W_{c1} \cdot (\varepsilon - \varepsilon_{c1}) + \frac{\sigma_{c1}}{2} \cdot (\varepsilon - \varepsilon_{c1})^2 + \frac{E_{c2}}{6} \cdot (\varepsilon - \varepsilon_{c1})^3; \\ \varphi(\varepsilon) &= \varphi_{c1} + F_{c1} \cdot (\varepsilon - \varepsilon_{c1}) + \frac{W_{c1}}{2} \cdot (\varepsilon - \varepsilon_{c1})^2 + \frac{\sigma_{c1}}{6} \cdot (\varepsilon - \varepsilon_{c1})^3 + \frac{E_{c2}}{24} \cdot (\varepsilon - \varepsilon_{c1})^4. \end{aligned}$$

S. Fialko savo tyrimuose nagrinėjo baigtinių elementų metodo panaudojimą analizuojant plonasienių gelžbetoninių konstrukcijų mechaninį būvį, atsižvelgiant į medžiagų netiesiškumą (Фялко, 2018).

## 1.2. Matematinės eilutės, polinomi

Kaip jau buvo anksčiau paminėta, matematinės polinomų išraiškos taikomos mūsų tyrimuose įtempių-deformacijų priklausomybėms analitiškai išreikšti.

Begalinės eilutės sumos sąvoka (Fichtengolcas, 1965)

$$\sum_{i=1}^{i=\infty} a_i = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n + \dots$$

skiriasi nuo baigtinio skaičiaus dėmenų sumos sąvokos

$$\sum_{i=1}^{i=n} a_i = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$$

tu, kad išreikšta ne viena baigtine sumos reikšme, o perėjimu prie ribos:

$$\sum_{i=1}^{i=\infty} a_i = \lim_{n \rightarrow \infty} A.$$

Kai eilutė turi baigtinę sumą, tai konverguoja. Priešingu atveju, kai suma lygt  $\pm\infty$  arba visai neegzistuoja, tai vadinama diverguojančia.

Bendresniojo atvejo laipsninė eilutė atrodo taip:

$$\sum_{i=0}^{i=\infty} c_i \cdot (x-x_0)^i = c_0 + c_1 \cdot (x-x_0)^1 + c_2 \cdot (x-x_0)^2 + \dots + c_n \cdot (x-x_0)^n + \dots .$$

Laipsninė eilutė parankiau išreiškiama tokiu pavidalu:

$$\sum_{i=0}^{i=\infty} c_i \cdot x^i = c_0 + c_1 \cdot x + c_2 \cdot x^2 + \dots + c_n \cdot x^n + \dots ,$$

čia  $n$  yra tam tikras baigtinis skaičius.

Polinomas yra laipsninės eilutės atkarpa, t. y. sveikas  $n$ -tojo laipsnio polinomas:

$$p_n(x) = c_0 + c_1 \cdot x + c_2 \cdot x^2 + \dots + c_n \cdot x^n .$$

Nagrinėjant formaliai, polinomas tik apytiksliai atkartoja visą funkciją

$$f(x) = c_0 + c_1 \cdot x + c_2 \cdot x^2 + \dots + c_n \cdot x^n + \dots ,$$

todėl atsiranda neatitikimas (paklaida, nuokrypis):

$$r_n(x) = f(x) - p_n(x);$$

$$r_n(x) = \sum_{i=n+1}^{i=\infty} c_i \cdot x^i = c_{n+1} \cdot x^{n+1} + c_{n+2} \cdot x^{n+2} + \dots .$$

Kuo didesnė polinomo  $p_n(x)$  eilė  $n$ , tuo labiau polinomas artėja prie funkcijos  $f(x)$ :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} r_n(x) = 0 .$$

Žinoma, kadangi polinomas yra matematinės eilutės dalinis atvejis, tai polinomų savybės yra labai panašios į eilučių savybes – konvergavimas ir kt. (Fichtengolcas, 1967). Inžineriniu požiūriu mus labiausiai domina, kaip užtektinai tiksliai atkartoti medžiagos  $\sigma$ - $\varepsilon$  diagramą, gautą iš eksperimentų. Mūsų atveju keliami du esminiai klausimai dėl polinomų: kokią polinomo eilę  $n$  parinkti ir kokias parinkti koeficientų  $c_i$  reikšmes. Šiems uždaviniams spręsti buvo skaitiškai ištirtos iki 5-osios eilės polinomų savybės.

Polinamai taip pat išreiškiami grafiškai. Nulinio laipsnio polinomas  $p_0(x)$  vaizduojamas kaip lygiagreti ašiai  $x$  tiesi linija, t. y. konstanta, 1-ojo laipsnio polinomas  $p_1(x)$  – pasvirusi tiesė, o 2-ojo ir aukštesnių laipsnių polinomų funkcijos – kreivės. Kuo aukštesnė polinomo eilė, tuo daugiau pusbangių gali susidaryti grafike.

Kaip pavyzdį, aptarkime polinomus nuo 0 iki 5-ojo laipsnio:

$$p_0(x) = c_0;$$

$$p_1(x) = c_0 + c_1 \cdot x;$$

$$p_2(x) = c_0 + c_1 \cdot x + c_2 \cdot x^2;$$

$$p_3(x) = c_0 + c_1 \cdot x + c_2 \cdot x^2 + c_3 \cdot x^3;$$

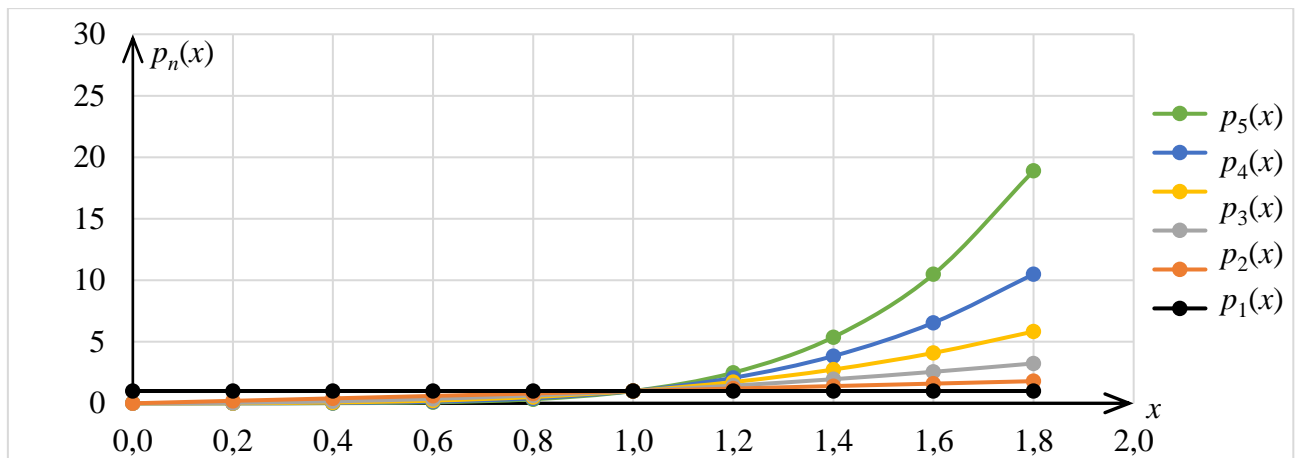
$$p_4(x) = c_0 + c_1 \cdot x + c_2 \cdot x^2 + c_3 \cdot x^3 + c_4 \cdot x^4;$$

$$p_5(x) = c_0 + c_1 \cdot x + c_2 \cdot x^2 + c_3 \cdot x^3 + c_4 \cdot x^4 + c_5 \cdot x^5.$$

Pirmiausia, panagrinėkime tokias šių funkcijų išraiškas (5 graf.):

$$p_0(x) = 1; \quad p_1(x) = x; \quad p_2(x) = x^2;$$

$$p_3(x) = x^3; \quad p_4(x) = x^4; \quad p_5(x) = x^5.$$



5 grafikas. Polinomų grafikai

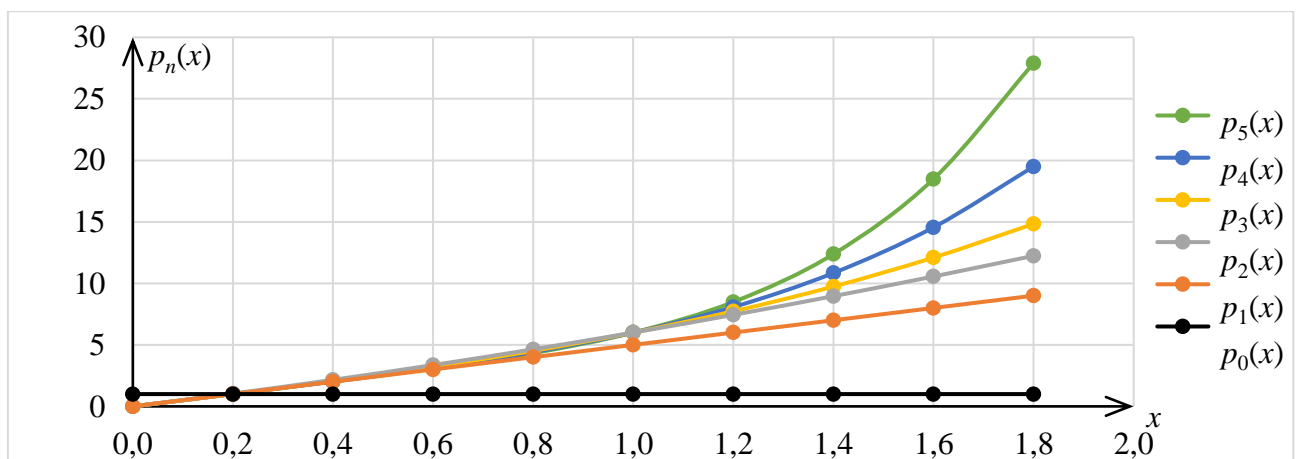
Kaip matome (5 graf.), visų polinomų reikšmės iki susikirtimo taško (1,0; 1,0), išskyrus  $p_0(x)$  skiriasi mažai. Tačiau už susikirtimo taško, skirtumai pasidaro aiškesni. Jeigu didinti  $c_i$  koeficientus, tai skirtumai pasidarytų reikšmingesni. Jeigu koeficientus  $c_i$  priimtume neigiamus, tai grafikai išsidėstytų simetriškai  $x$  ašiai, bet žemiau  $x$  ašies.

Koeficientas  $c_0$  lemia funkcijų grafikų postūmį nuo  $x$  ašies,  $c_1$  – grafikų kampą su  $x$  ašimi, koeficientai  $c_2, c_3, c_4$  bei  $c_5$  – linijos išsikreivavimo lygį bei posūkio centrų skaičių. 2-ojo laipsnio polinomas turės ne daugiau kaip vieną posūkio centrą, 3-čiojo – ne daugiau kaip 2 posūkio centrus, 4-to – ne daugiau kaip 3 posūkio centrus ir t. t.

Panagrinėkime tuos pačius polinomus, priimant koeficientą  $c_1 = 5$  (6 graf.):

$$p_0(x) = 1; \quad p_1(x) = 5 \cdot x; \quad p_2(x) = 5 \cdot x + x^2;$$

$$p_3(x) = 5 \cdot x + x^3; \quad p_4(x) = 5 \cdot x + x^4; \quad p_5(x) = 5 \cdot x + x^5.$$



6 grafikas. Polinomų grafikai, kai  $c_1 = 5$

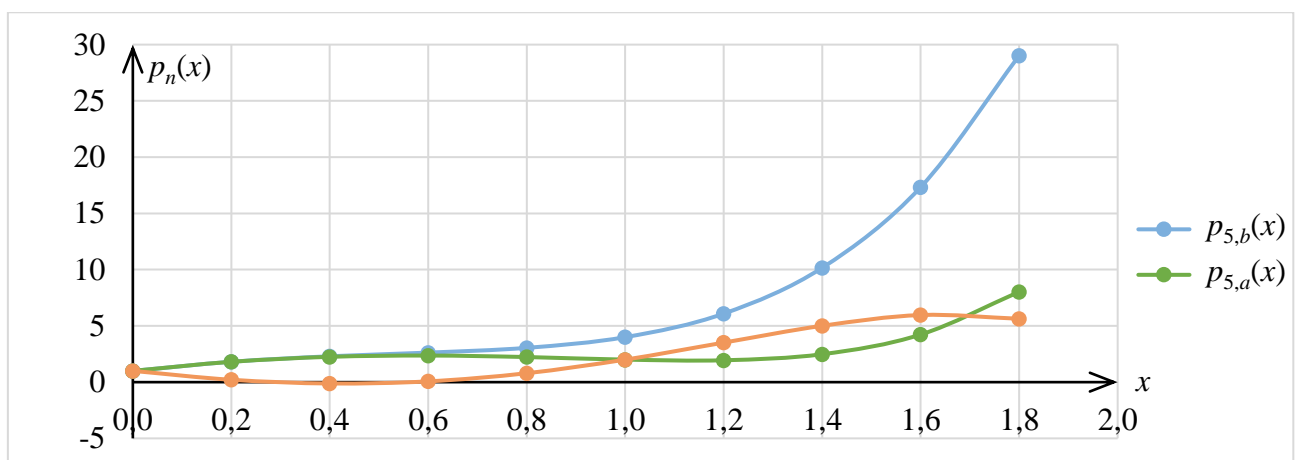
Matome (6 graf.), kad polinomiali  $p_1(x) - p_5(x)$  su  $x$  ašimi sudaro vienodą kampą ir skirtumas tarp polinomų  $p_2(x) - p_5(x)$  iki grafikų susikirtimo taško  $(6,0; 1,0)$  yra nedidelis, tačiau tarp polinomo  $p_0(x)$ ,  $p_1(x)$  ir kitų polinomų skirtumas matomas ir iki susikirtimo taško. Už susikirtimo taško skirtumai tarp grafikų aiškesni, panašūs į 5-tame grafike nubraižytų polinomų.

Taip pat, jeigu priimtume kas antrą  $c_i$  koeficiento reikšmę neigiamą, grafikas pasidarytu banguojantis, t. y. grafiko posūkio centrai būtų skirtingose pusėse nuo grafiko vidurinės linijos. Pavyzdžiui, paimkime 5-tojo laipsnio polinomą su neigiamais  $c_2$  ir  $c_4$  koeficientais (7 graf.):

$$p_{5,a}(x) = 1 + 5 \cdot x + (-5) \cdot x^2 + 1 \cdot x^3 + (-1) \cdot x^4 + 1 \cdot x^5;$$

$$p_{5,b}(x) = 1 + 5 \cdot x + (-5) \cdot x^2 + 1 \cdot x^3 + 1 \cdot x^4 + 1 \cdot x^5;$$

$$p_{5,c}(x) = 1 + (-5) \cdot x + 5 \cdot x^2 + 1 \cdot x^3 + 1 \cdot x^4 + (-1) \cdot x^5.$$



7 grafikas. Polinomų grafikai priimant skirtingo ženklo koeficientus

Grafike (7 graf.)  $c_1$  koeficientas lemia kryptį nuo pradinio taško, koeficientai  $c_2 - c_5$  nusako ar grafikas toliau didės ta kryptimi ar pakeis kryptį, t. y. atsiras posūkio centras ir grafike atsiras pusbangė. Pavyzdžiui, grafike  $p_{5,b}(x)$  koeficientai  $c_3$ ,  $c_4$  ir  $c_5$  yra teigiami, todėl grafike matosi tolygus grafiko didėjimas viena kryptimi, o grafike  $p_{5,a}(x)$  pusbangės atsiradimą lemia neigiamas koeficientas  $c_4$ . Taip pat ir  $p_{5,a}(x)$  polinome ne iš eilės einantys keli neigiami koeficientai lemia pusbangių atsiradimą.

### 1.3. ZI metodo samprata

Sprendžiant uždavinius ZI metodu, pagrindinis tikslas – nustatyti skerspjūvio mechaninio būvio rodiklių pasiskirstymą bei reikšmes. Prieš pradėdant spręsti uždavinį, mums žinomi duomenys:

- medžiagos  $\sigma$ - $\varepsilon$  priklausomybė;
- skerspjūvio pavidalas ir matmenys, kiekvieno sluoksnio storis;
- skerspjūvį veikiančios apkrovos.

Sprendžiant uždavinį mus domina šie rodikliai: skerspjūvio neutraliosios ašies padėtis, deformacijų ir įtempių pasiskirstymas bei reikšmės, elemento laikomoji galia, plyšių atsiradimo akimirka bei susidariusių plyšių aukščiai.

ZI metodo autorius (Židonis, 2018b) medžiagų įtempių-deformacijų priklausomybes aprašo 3, 4 bei 5-ojo laipsnio polinomais. Bendriausias 5-ojo laipsnio polinomas atrodo taip:

$$\sigma_c(\varepsilon_c) = E_c \cdot \varepsilon_c + c_1 \cdot \frac{E_c}{\varepsilon_{c1}} \cdot \varepsilon_c^2 + c_2 \cdot \frac{E_c}{\varepsilon_{c1}^2} \cdot \varepsilon_c^3 + c_3 \cdot \frac{E_c}{\varepsilon_{c1}^3} \cdot \varepsilon_c^4 + c_4 \cdot \frac{E_c}{\varepsilon_{c1}^4} \cdot \varepsilon_c^5 \quad (4)$$

čia  $E_c$  – betono tamprumo modulis,  $\varepsilon_{c1}$  – betono deformacija ties  $f_{cm}$ ;  $\varepsilon_c$  – betono einamoji deformacija;  $c_i$  – polinomo koeficientai. Tam tikro laipsnio narys  $\varepsilon_{c1}$  kompensuoja deformacijų  $\varepsilon_c$  absoliutines reikšmes, todėl pereinama prie santykinų kintamųjų. Įtempių-deformacijų priklausomybes aprašančiuose polinomuose koeficientas  $c_0$  yra lygus 0, kadangi atliekant pvz. betono gniuždymo bandymą, deformacijos ir įtempiai iš pradžių yra lygūs 0, nes elemento neveikia jokia jėga.

Kaip matome, jeigu (4) formulėje koeficientai  $c_i = 0$ , tai gauname klasikinį tamprus deformavimo dėsnį  $\sigma_c = E_c \cdot \varepsilon_c$ .

$$\sigma_c(\varepsilon_c) = E_c \cdot \varepsilon_c \left( 1 + c_1 \cdot \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} + c_2 \cdot \frac{\varepsilon_c^2}{\varepsilon_{c1}^2} + c_3 \cdot \frac{\varepsilon_c^3}{\varepsilon_{c1}^3} + c_4 \cdot \frac{\varepsilon_c^4}{\varepsilon_{c1}^4} \right) \quad (5)$$

Gretinant einamųjų diagramos (5 pav.) taškų deformacijas  $\varepsilon_c$  su deformacijomis ties stiprumo riba  $\varepsilon_{c1}$ , turime santykinę deformacijų rodiklį, t. y. naują išvestinį kintamąjį:

$$\eta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}},$$

tokiu būdu visada galioja nelygybė:

$$\frac{\sigma_c}{\sigma_{c1}} < 1.$$

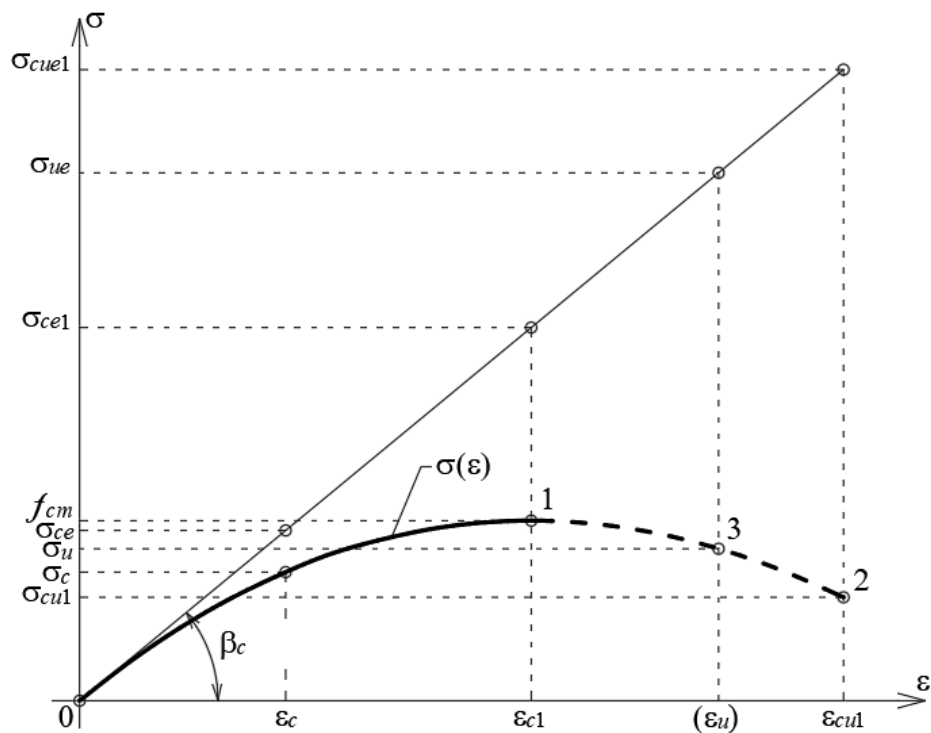
Įrašius naują išvestinį kintamąjį į (5) formulę gaunama supaprastinta polinomo išraiška:

$$\sigma_c(\varepsilon_c) = E_c \cdot \varepsilon_c \left( 1 + c_1 \cdot \eta + c_2 \cdot \eta^2 + c_3 \cdot \eta^3 + c_4 \cdot \eta^4 \right), \quad (6)$$

čia  $c_i$  yra polinomo koeficientai. Sandauga  $E_c \cdot \varepsilon_c$  yra polinomo mastelio daugiklis. Fizikine prasme 4-ojo laipsnio polinomas  $p_4(\eta) = 1 + c_1 \cdot \eta + c_2 \cdot \eta^2 + c_3 \cdot \eta^3 + c_4 \cdot \eta^4$  keičia tamprus deformavimo dėsnį, iškreivindamas  $\sigma$ - $\varepsilon$  tiesę.

Kiekvienam skirtingo laipsnio polinomui, prof. I. Židonis išvedė polinomo koeficientus. Panagrinėkime 3-iojo laipsnio polinomą, kuris apibūdina mechaninį būvį iki stiprumo ribos  $f_{cm}$  (18 pav.):

$$\sigma_c(\varepsilon_c) = E_c \cdot \varepsilon_c \left( 1 + c_1 \cdot \eta + c_2 \cdot \eta^2 \right) \quad (7)$$



18 pav. 3-iojo laipsnio polinomo kreivė

Polinomo koeficientų  $c_1$  ir  $c_2$  reikšmės nustatomos pasirenkant atitinkamą išraišką, priklausančią nuo betono savybių:

$$c_1 = 3\nu_{c1} - 2; \quad c_2 = 1 - 2\nu_{c1},$$

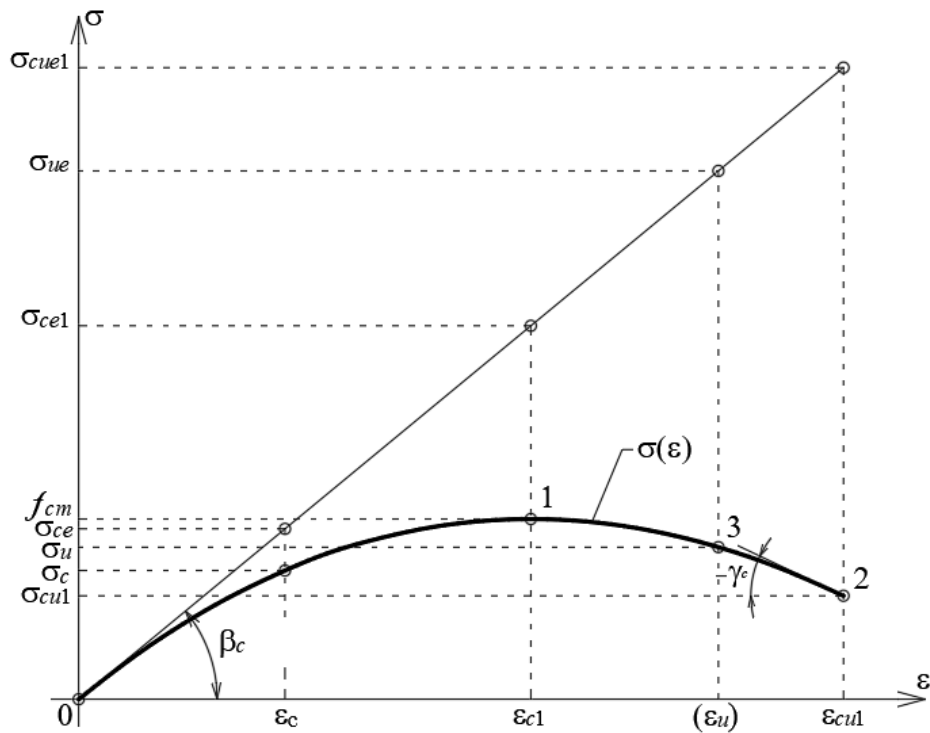
čia  $\nu_{c1}$  yra gniuždomo betono tamprumo koeficientas, t. y. santykinis deformacijų modulis:

$$\nu_{c1} = \frac{f_{cm}}{E_c \cdot \varepsilon_{c1}};$$

$E_c$  – betono tamprumo modulis  $E_c = \text{tg}\beta_c$ , pagal euronormas priimtas  $E_c = 1,05 \cdot E_{cm}$  (STR taikomas 1,1 koef.). Polinomo koeficientai  $c_1$  ir  $c_2$  priklauso nuo betono tamprumo modulio  $E_c$ , vidutinio betono gniuždomojo stiprio  $f_{cm}$  ir deformacijos  $\varepsilon_{c1}$ .

Dabar panagrinėkime 5-tojo laipsnio polinomą (19 pav.). Jis išreiškiamas anksčiau aptartu polinomu (6):

$$\sigma_c(\varepsilon_c) = E_c \cdot \varepsilon_c \left( 1 + c_1 \cdot \eta + c_2 \cdot \eta^2 + c_3 \cdot \eta^3 + c_4 \cdot \eta^4 \right).$$



19 pav. 5-ojo laipsnio polinomo grafikas

Polinomo koeficientų išraiškos:

$$c_1 = \frac{2(\eta_{cu} + 1)(1 - \eta_{cu})^3 - (\eta_{cu} - 1)\alpha_{cE} + [(5\eta_{cu} - 3)\alpha_{cv} + \eta_{cu}^3(3\eta_{cu} - 5)]v_{c1}}{\eta_{cu}(\eta_{cu} - 1)^3};$$

$$c_2 = \frac{(\eta_{cu}^2 + 4\eta_{cu} + 1)(\eta_{cu} - 1)^3 - (1 + \eta_{cu} - 2\eta_{cu}^2)\alpha_{cE} + 2[(1 + \eta_{cu} - 5\eta_{cu}^2)\alpha_{cv} + \eta_{cu}^3(5 - \eta_{cu} - \eta_{cu}^2)]v_{c1}}{\eta_{cu}^2(\eta_{cu} - 1)^3};$$

$$c_3 = \frac{2(\eta_{cu} + 1)(1 - \eta_{cu})^3 - (\eta_{cu}^2 + \eta_{cu} - 2)\alpha_{cE} + [(5\eta_{cu}^2 + 5\eta_{cu} - 4)\alpha_{cv} + \eta_{cu}^2(4\eta_{cu}^2 - 5\eta_{cu} - 5)]v_{c1}}{\eta_{cu}^2(\eta_{cu} - 1)^3};$$

$$c_4 = \frac{(\eta_{cu} - 1)^3 - (1 - \eta_{cu})\alpha_{cE} + 2[(1 - \eta_{cu})\alpha_{cv} + \eta_{cu}^2(2 - \eta_{cu})]v_{c1}}{\eta_{cu}^2(\eta_{cu} - 1)^3},$$

$$\alpha_{cE} = \frac{E_{cu}}{E_c}; \quad \alpha_{cQ} = \frac{\sigma_{cu1}}{\sigma_{c1}}; \quad \eta_{cu} = \frac{\varepsilon_{cu1}}{\varepsilon_{c1}}; \quad \alpha_{cv} = \frac{\alpha_{cQ}}{\eta_{cu}}.$$

$E_{cu}$  – betono tamprumo modulis krintančiai diagramos atkarpai:

$$E_{cu} = \operatorname{tg}(-\gamma_c) = \frac{\sigma_{c1}(k - 2\eta_{cu} - (k - 2)\eta_{cu}^2)}{\varepsilon_{c1}(1 + (k - 2)\eta_{cu})^2},$$

kai  $\eta_{cu} = \frac{\varepsilon_{cu1}}{\varepsilon_{c1}} < 1,1$ , tai imama  $\eta_{cu} = 0,5$ ;

$\sigma_{cu1}$  – betono gniuždomieji įtempiai atitinkantys betono ribinę santykinę deformaciją  $\varepsilon_{cu1}$ :

$$\sigma_{cu1} = \frac{\sigma_{c1} (k - \eta_{cu}) \eta_{cu}}{(1 + (k - 2) \eta_{cu})}; \quad k = \frac{1}{\nu_{c1}};$$

$\sigma_{ce}$ ,  $\sigma_{ce1}$ ,  $\sigma_{cue1}$  – betono gniuždomieji įtempiai prie atitinkamų santykinų deformacijų, galiojant tiesiniai  $\sigma$ - $\varepsilon$  priklausomybei:

$$\sigma_{ce} = E_c \varepsilon_c; \quad \sigma_{ce1} = E_c \varepsilon_{c1}; \quad \sigma_{cue1} = E_c \varepsilon_{cu1};$$

čia  $\varepsilon_{cu1}$  – ribinė betono deformacija priimama pagal euronormas.

Skirtingai nuo 3-iojo laipsnio polinomo, 5-ojo laipsnio polinomo koeficientai  $c_i$  priklauso ne tik nuo betono tamprumo modulio  $E_c$ , vidutinio gniuždomojo stiprio  $f_{cm}$  ir atitinkamų santykinų deformacijų  $\varepsilon_{c1}$ , bet ir nuo ribinės betono santykinės deformacijos  $\varepsilon_{cu1}$  bei deformacijų modulio reikšmių  $E_{cu}$ .

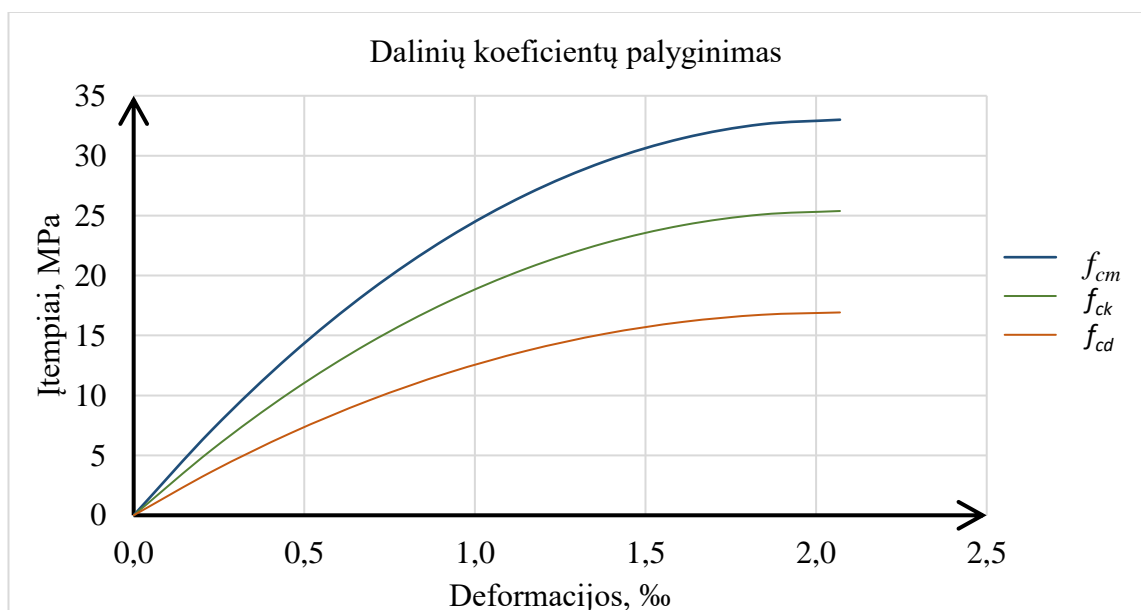
### Daliniai koeficientai ZI metode

ZI metode nagrinėjant betono medžiagos įtempių-deformacijų priklausomybę, yra naudojamos vidutinės reikšmės. STR metode nagrinėjant tinkamumo ribinį būvį yra naudojamos medžiagų charakteristinės reikšmės, nagrinėjant saugos ribinį būvį – skaičiuotinės reikšmės. Prof. I. Židonis naudoja jėgos dalinius koeficientus, kurių pagalba galima taikyti metodą nagrinėjant tinkamumo ribinį bei saugos ribinį būvius:  $\gamma_{Fk} = 1,30$ ;  $\gamma_{Fc} = 1,95$ .

Panaudojant koeficientus galima išreikšti betono įtempius naudojamus skaičiuojant tinkamumo ribinį būvį arba saugos ribinį būvį:

$$\sigma_{c,Fk} = \frac{\sigma_c(\varepsilon_c)}{\gamma_{Fk}}; \quad \sigma_{c,Fc} = \frac{\sigma_c(\varepsilon_c)}{\gamma_{Fc}}.$$

Palyinkime 3-iojo laipsnio polinomą įvertinant dalinius koeficientus (20 pav.).



20 pav. Dalinių koeficientų palyginimas

#### 1.4. Teorinės dalies žinių apibendrinimas

Atsižvelgiant į mokslininkų tyrimus, kurių metu yra nagrinėjami medžiagų netiesiškumas, normalinio ir įstrižojo skerspjuvių mechaninis būvis, pagrindinis uždavinys – kaip tinkamai aprašyti medžiagą, kokias įtempių-deformacijų pasiskirstymo diagramas naudoti, kokius koeficientus taikyti norint įvertinti medžiagų netiesiškumą ir kt. Dauguma tyrimų remiasi eksperimentiniais duomenimis, pagal kurių rezultatų duomenis kuriami medžiagų netiesiniai modeliai, kiti tyrimuose naudoja analitinius metodus, dar kiti baigtinių elementų metodą.

Prof. I. Židonis ZI metode aprašo betono medžiagos netiesinę  $\sigma$ - $\varepsilon$  priklausomybę matematiniais modeliais ir pateikia metodiką kaip jį panaudoti nagrinėjant normalinių skerspjuvių mechaninį būvį bei stiprumą. Prof. I. Židonis pabrėžia, kad ZI metodu galima nagrinėti bet kokią medžiagą, jeigu turima jos įtempių-deformacijų priklausomybė, t. y. matematiškai aprašyta priklausomybė, kur ir atsiranda problema, kadangi kai kurias medžiagas yra sudėtinga, o kartais tektų priimti ir daugybę prielaidų, norint matematiškai aprašyti jų savybes.

ZI metodas šiuo momentu yra skirtas teoriniams skaičiavimams atlikti, analizuoti teorinius uždavinius. Vienas iš prof. I. Židonių tikslų – sukurti automatizuotą skaičiuoklę, gebančią spręsti uždavinius artėjimo būdu, kas leistų spręsti daugybę uždavinių greitai ir lengviau, mažinant galimybę rankiniu būdu padaryti klaidų. Sekančiame skyriuje ir bus aprašytas ZI metodo formulių taikymas sprendžiant uždavinius ir algoritmas stačiakampio skerspjuvio elementų mechaninio būvio rodikliams nustatyti ir pateiktas skaičiuoklės pavyzdys.

## II. AUTOMATIZUOTOS SKAIČIUOKLĖS KŪRIMAS

### 2.1. Uždavinių sprendimas, panaudojant ZI metodą

ZI metodu, kaip jau apžvelgta teorinėje apžvalgos dalyje (I skyrius) galima spręsti įvairius uždavinius. ZI metodas neapriboja nagrinėjamo elemento nei geometrijos, nei medžiagų charakteristikų. Šiame skyriuje aprašysime tiriamajame darbe taikomas prielaidas ir panagrinėsime formulių išraiškas bei taikymą skaičiuojant paprasčiausią uždavinį.

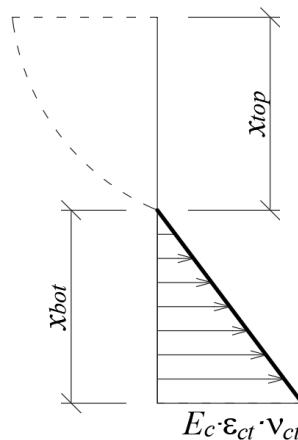
#### Prielaidos

Šiame tiriamajame darbe, skaičiuojant uždavinius ZI metodu, taikomos prielaidos:

- galioja plokščiųjų pjūvių hipotezė;
- tempiamosios srities betono galima nevertinti. Jeigu atsiranda būtinybė vertinti tempiamosios srities betoną, jo  $\sigma$ - $\varepsilon$  priklausomybė priimama trikampio formos (21 pav.). Įtempiams naudojamas pastovus tamprumo koeficientas  $\nu_{ct}$ :

$$\sigma_{ct}(\varepsilon_c) = E_c \cdot \varepsilon_{ct} \cdot \nu_{ct}; \quad (8)$$

$$\nu_{ct} = \frac{1}{2}.$$



21 pav. Skerspjūvio tempiamųjų įtempių pasiskirstymo forma

- uždaviniai įvertinant tempiamosios srities betoną nagrinėjami iki plyšių atsiradimo momento, turi galioti sąlyga:

$$\varepsilon_{ct} \leq \varepsilon_{ct1};$$

- ribinė tempiamoji deformacija  $\varepsilon_{ct1}$  yra lygi ribinei gniuždomajai deformacijai  $\varepsilon_{c1}$ , padaugintai iš betono vidutinio tempiamojo ir gniuždomojo stiprių reikšmių santykio  $\Delta_f$ :

$$\Delta_f = \frac{f_{ctm}}{f_{cm}} \approx 0,077;$$

$$\varepsilon_{ct1} = \varepsilon_{c1} \cdot \Delta_f;$$

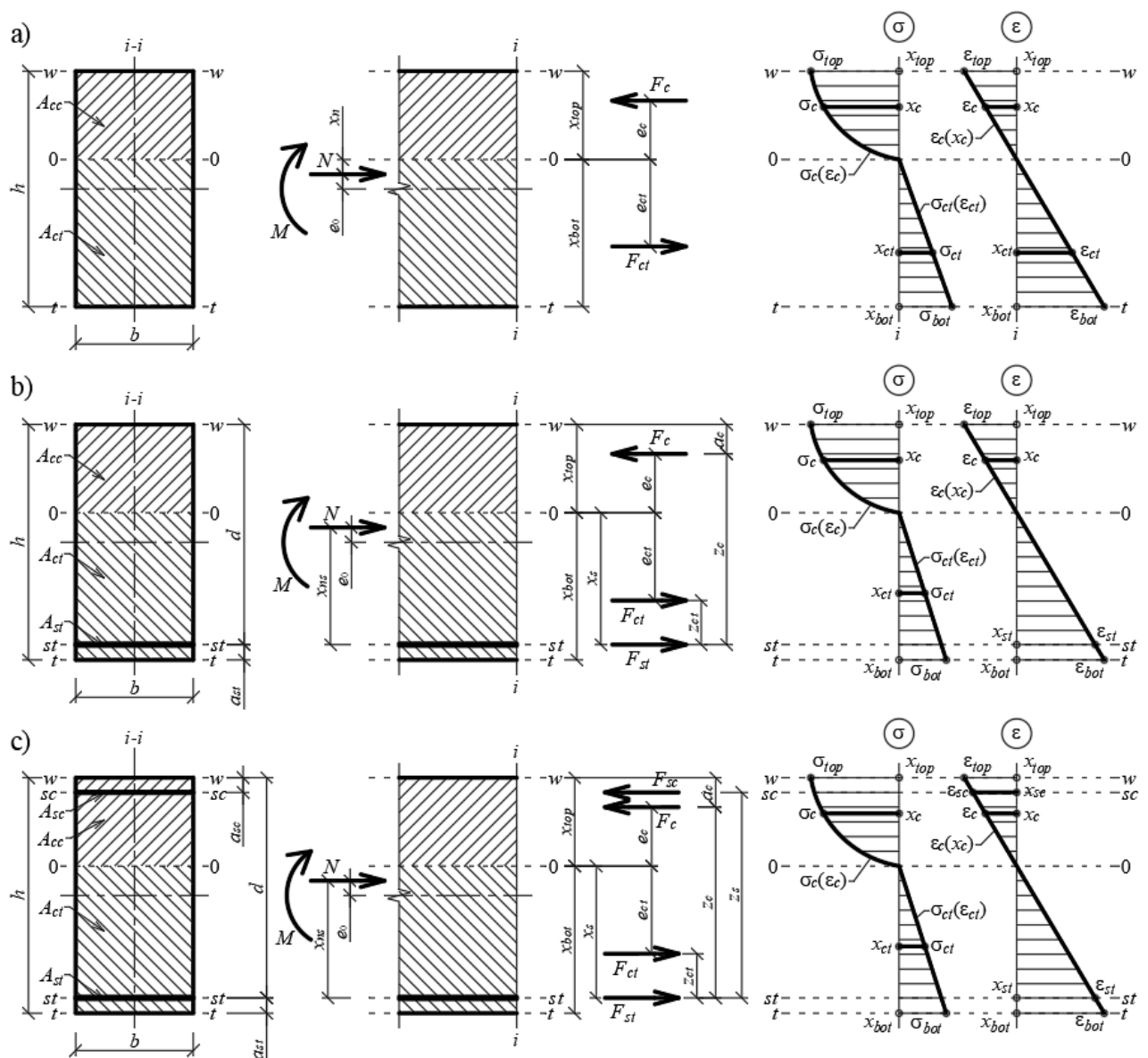
- betono medžiagos įtempių-deformacijų priklausomybė nagrinėjame iki vidutinio gniuždomojo stiprio ribos  $f_{cm}$ , t. y. nevertinama priklausomybės krintanti dalis;
- armatūros plienui pasiekus takumo ribą  $f_{yk}$ , plienas pradeda tekėti ir armatūros plieno atstojamoji jėga:

$$F_s = f_{yk} \cdot A_s;$$

- skerspjūvio viršutinio krašto koordinatė  $w$ - $w$  ašyje yra lygi  $x_{top}$ , įtempiai ties šia koordinatė –  $\sigma_{top}$ , atitinkamai skerspjūvio apatinio krašto koordinatė yra lygi  $x_{bot}$ , įtempiai ties šia koordinatė –  $\sigma_{bot}$ ;

### Uždavinių sprendimas

Turime tris skerspjūvius – betoninį, gelžbetoninį su tempiamąją armatūra, gelžbetoninį su tempiamąją ir gniuždomąją armatūromis (22 pav.).



22 pav. Skerspjūviai ir jų skaičiuojamosios schemas:

a) betoninis skerspjūvis; b) gelžbetoninis skerspjūvis su tempiamąją armatūra;

c) gelžbetoninis skerspjūvis su tempiamąją ir gniuždomąją armatūra

Skerspjūvį veikiančios jėgos skirstomos į išorines ir vidines. Išorinėms jėgoms priskiriama išorinė ašinė jėga  $N$  bei lenkiamasis momentas  $M$ . Vidinėms jėgoms priskiriamos betono gniuždomosios skerspjūvio sritys atstojamoji jėga  $F_c$ , tempiamosios skerspjūvio sritys atstojamoji jėga  $F_{ct}$ , tempiamosios armatūros atstojamoji jėga  $F_{st}$  ir gniuždomosios armatūros atstojamoji jėga  $F_{sc}$ .

Iš teorinės apžvalgos dalies yra žinoma, kad betono gniuždomieji įtempiai aprašomi polinomu (7), o atstojamoji jėga gaunama integruojant polinomą nuo skerspjūvio neutraliosios linijos 0–0 iki skerspjūvio labiausiai gniuždomo krašto  $w-w$ . Atliekame integravimą:

$$F_c = \int_0^{x_{top}} \sigma_c(\varepsilon_c) \cdot b \cdot dx_c, \quad (9)$$

kai  $b = \text{const}$ , tai

$$F_c = b \cdot \int_0^{x_{top}} E_c \cdot \varepsilon_c(x_c) \cdot \left(1 + c_1 \cdot \eta(x_c) + c_2 \cdot \eta(x_c)^2\right) \cdot dx_c, \text{ kai } E_c = \text{const, tai}$$

$$F_c = b \cdot E_c \cdot \int_0^{x_{top}} \varepsilon_c(x_c) \cdot \left(1 + c_1 \cdot \eta(x_c) + c_2 \cdot \eta(x_c)^2\right) \cdot dx_c.$$

Deformacijos kinta trikampio dėsnium (22 pav.), kadangi daroma prielaida, kad galioja plokščiųjų pjūvių hipotezė:

$$\varepsilon_c(x_c) = \varepsilon_{top} \cdot \frac{x_c}{x_{top}},$$

čia kraštinio sluoksnio deformacija  $\varepsilon_{top} = \varepsilon_{c,max} = \text{const}$ , ir koordinatė  $x_{top} = x_{max} = \text{const}$ , todėl

$$F_c = b \cdot E_c \cdot \frac{\varepsilon_{top}}{x_{top}} \cdot \int_0^{x_{top}} x_c \cdot \left(1 + c_1 \cdot \eta(x_c) + c_2 \cdot \eta(x_c)^2\right) \cdot dx_c.$$

Santykinių deformacijų rodiklis  $\eta(x)$ :

$$\eta(x_c) = \frac{\varepsilon_c(x_c)}{\varepsilon_{c1}} = \frac{\varepsilon_{top}}{\varepsilon_{c1}} \cdot \frac{x_c}{x_{top}}, \text{ tai}$$

$$\begin{aligned} F_c &= b \cdot E_c \cdot \frac{\varepsilon_{top}}{x_{top}} \cdot \int_0^{x_{top}} x_c \cdot \left(1 + c_1 \cdot \frac{\varepsilon_{top}}{\varepsilon_{c1}} \cdot \frac{x_c}{x_{top}} + c_2 \cdot \frac{\varepsilon_{top}^2}{\varepsilon_{c1}^2} \cdot \frac{x_c^2}{x_{top}^2}\right) \cdot dx_c = \\ &= b \cdot E_c \cdot \frac{\varepsilon_{top}}{x_{top}} \cdot \left( \int_0^{x_{top}} x_c \cdot dx_c + \int_0^{x_{top}} c_1 \cdot \frac{\varepsilon_{top}}{\varepsilon_{c1}} \cdot \frac{x_c^2}{x_{top}} \cdot dx_c + \int_0^{x_{top}} c_2 \cdot \frac{\varepsilon_{top}^2}{\varepsilon_{c1}^2} \cdot \frac{x_c^3}{x_{top}^2} \cdot dx_c \right). \end{aligned}$$

Priėmus  $\varepsilon_{c1} = \text{const}$ ,

$$F_c = b \cdot E_c \cdot \frac{\varepsilon_{top}}{x_{top}} \cdot \left( \int_0^{x_{top}} x_c \cdot dx_c + c_1 \cdot \frac{\varepsilon_{top}}{\varepsilon_{c1}} \cdot \frac{1}{x_{top}} \cdot \int_0^{x_{top}} x_c^2 \cdot dx_c + c_2 \cdot \frac{\varepsilon_{top}^2}{\varepsilon_{c1}^2} \cdot \frac{1}{x_{top}^2} \cdot \int_0^{x_{top}} x_c^3 \cdot dx_c \right).$$

Suintegravus, gauname:

$$F_c = b \cdot E_c \cdot \varepsilon_{top} \cdot x_{top} \cdot \left( \frac{1}{2} + c_1 \cdot \frac{\varepsilon_{top}}{\varepsilon_{c1}} \cdot \frac{1}{3} + c_2 \cdot \frac{\varepsilon_{top}^2}{\varepsilon_{c1}^2} \cdot \frac{1}{4} \right).$$

Priėmus santykinų deformacijų dydį:

$$\eta_c = \frac{\varepsilon_{top}}{\varepsilon_{c1}},$$

$$F_c = b \cdot E_c \cdot \varepsilon_{top} \cdot x_{top} \cdot \left( \frac{1}{2} + c_1 \cdot \eta_{top} \cdot \frac{1}{3} + c_2 \cdot \eta_{top}^2 \cdot \frac{1}{4} \right).$$

Irašius išraiškas  $x_{top} = \xi_{top} \cdot d$  ir koeficientą

$$\omega_{nc} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot c_1 \cdot \eta_c + \frac{1}{4} \cdot c_2 \cdot \eta_c^2,$$

gauname prof. I. Židonio monografijoje (Židonis, 2018) aprašytą skerspjūvio gniuždomosios srities atstojamosios jėgos išraišką:

$$F_c = b \cdot E_c \cdot \varepsilon_{top} \cdot d \cdot \xi_{top} \cdot \omega_{nc}, \quad (10)$$

čia  $\xi_{top}$  yra skerspjūvio gniuždomosios srities santykinis aukštis:

$$\xi_{top} = \frac{x_{top}}{d},$$

$x_{top}$  – atstumas nuo labiausiai gniuždomo skerspjūvio krašto ašies  $w-w$  iki neutraliosios ašies  $0-0$ .

Suintegravus atstojamąją jėgą (9) ir padauginus iš peties  $x_c$ , gaunama atstojamosios jėgos  $F_c$  lenkiamojo momento  $M_c$  apie neutraliąją ašį išraiška:

$$M_c = \int_0^{x_{top}} \sigma_c(x_c) \cdot x_c \cdot b \cdot dx_c, \quad (11)$$

įvedus koeficientą

$$\omega_{mc} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \cdot c_1 \cdot \eta_c + \frac{1}{5} \cdot c_2 \cdot \eta_c^2,$$

gauname prof. I. Židonio monografijoje (Židonis, 2018) aprašytą skerspjūvio gniuždomosios srities atstojamosios jėgos lenkiamojo momento apie neutraliąją ašį išraišką:

$$M_c = b \cdot E_c \cdot \varepsilon_{top} \cdot d^2 \cdot \xi_{top}^2 \cdot \omega_{mc}. \quad (12)$$

Atstojamosios jėgos  $F_c$  ekscentricitetas yra lygus:

$$e_c = \frac{M_c}{F_c}. \quad (13)$$

Betono gniuždomosios srities aukščio ribinė reikšmė (Židonis, 2018)

$$\xi_{\text{lim}} = \frac{x_{\text{lim}}}{d} = \frac{\varepsilon_{c,\text{lim}}}{\varepsilon_{c,\text{lim}} + \varepsilon_{yk}} = \frac{\varepsilon_{c1}}{\varepsilon_{c1} + \varepsilon_{yk}} \quad (14)$$

čia  $\varepsilon_{c,\text{lim}}$  yra betono ribinė deformacija, aprašant  $\sigma$ - $\varepsilon$  priklausomybę 3-iojo laipsnio polinomu, ribinė deformacija yra lygi  $\varepsilon_{c1}$ ;  $\varepsilon_{yk}$  – armatūros deformacija, atitinkanti takumo ribos pradžia.

Tempiamosios skerspjūvio srities atstojamoji jėga  $F_{ct}$  gaunama integruojant tempiamuosius įtempius nuo neutraliosios linijos 0–0 iki skerspjūvio tempiamosios srities labiausiai tempiamos kraštinės  $t$ – $t$ :

$$F_{ct} = \int_0^{x_{bot}} \sigma_{ct}(\varepsilon_{ct}) \cdot b \cdot dx_c, \quad (15)$$

suintegravus gaunama tempiamosios skerspjūvio srities atstojamoji jėga  $F_{ct}$ :

$$F_{ct} = \sigma_{bot} \cdot b \cdot \frac{1}{2}$$

čia  $\sigma_{bot}$  gaunama iš (8) formulės vietoj  $\varepsilon_{ct}$ , priėmus deformacijos skerspjūvio apatiniame krašte  $\varepsilon_{bot}$ :

$$\sigma_{bot} = E_c \cdot \varepsilon_{bot} \cdot \nu_{ct}.$$

Tempiamosios skerspjūvio srities atstojamosios jėgos momentas  $M_{ct}$  apie neutraliąją ašį yra gaunamas integruojant tempiamuosius įtempius nuo neutraliosios linijos iki skerspjūvio tempiamosios srities labiausiai tempiamos kraštinės ir padauginus iš peties:

$$M_{ct} = \int_0^{x_{bot}} \sigma_{ct}(\varepsilon_{ct}) \cdot b \cdot x_c \cdot dx_c, \quad (16)$$

suintegravus gaunama tempiamosios skerspjūvio srities atstojamosios jėgos  $F_{ct}$  momentas  $M_{ct}$  apie neutraliąją ašį:

$$M_{ct} = \sigma_{bot} \cdot b \cdot x_{bot} \cdot \frac{1}{3}$$

čia  $x_{bot}$  yra skerspjūvio apatinio krašto koordinatė:

$$x_{bot} = x_{top} - h.$$

Atstojamosios jėgos  $F_{ct}$  ekscentricitetas apie neutraliąją ašį yra lygus:

$$e_{ct} = \frac{M_{ct}}{F_{ct}}. \quad (17)$$

Tempiamosios  $F_{st}$  ir gniuždomosios  $F_{sc}$  armatūrų atstojamosios jėgos reikšmės:

$$F_{st} = \sigma_{st} \cdot A_{st} = \nu_s \cdot E_s \cdot \varepsilon_{st} \cdot A_{st}, \quad (18)$$

$$F_{sc} = \sigma_{sc} \cdot A_{sc} = \nu_s \cdot E_s \cdot \varepsilon_{sc} \cdot A_{sc}, \quad (19)$$

čia  $E_s$  yra armatūros plieno tamprumo modulis;  $\varepsilon_{st}$  – tempiamosios armatūros deformacija;  $\varepsilon_{sc}$  – gniuždomosios armatūros deformacija;  $A_{st}$  – tempiamosios armatūros skerspjūvio plotas;  $A_{sc}$  – gniuždomosios armatūros skerspjūvio plotas;  $\nu_s$  – armatūros tamprumo koeficientas:

$$\nu_s = \frac{f_{yk}}{E_s \cdot \varepsilon_{yk}}.$$

Esant *gausaus* armavimo atvejui arba tais atvejais, kai sijos gniuždomosios srities betono deformacija pasiekia ribinę reikšmę anksčiau, nei tempiamosios srities armatūra pasiekia takumo ribą  $f_y$ , plokščiųjų pjūvių hipotezė taikoma visam sijos skerspjūviui (Židonis, 2018). Tada deformacijos, priėmus prielaidą, kad galioja plokščiųjų pjūvių hipotezė, kinta trikampio dėsnio ir tempiamosios armatūros plieno deformacija yra lygi

$$\varepsilon_{st} = \frac{\varepsilon_{top} \cdot (d - x_{top})}{x_{top}} = \frac{\varepsilon_{top} \cdot \frac{x_{top}}{\xi_{top}}}{x_{top}} - \varepsilon_{top} \cdot \frac{x_{top}}{x_{top}} = \frac{\varepsilon_{top}}{\xi_{top}} - \varepsilon_{top} = \varepsilon_{top} \cdot \left( \frac{1}{\xi_{top}} - 1 \right),$$

gniuždomosios armatūros plieno deformacija yra lygi

$$\varepsilon_{sc} = \frac{\varepsilon_{top} \cdot (x_{top} - a_{sc})}{x_{top}} = \frac{\varepsilon_{top} \cdot x_{top}}{x_{top}} - \varepsilon_{top} \cdot \frac{a_{sc}}{x_{top}} = \varepsilon_{top} \cdot \frac{a_{sc}}{\xi_{top} \cdot d}.$$

*Negausaus* armavimo atveju, kai armatūra anksčiau pasiekia takumo ribą  $f_y$ , nei sijos gniuždomosios srities betono deformacija pasiekia ribinę reikšmę, pradėjus armatūros medžiagai tekėti, galima laikyti, kad  $\sigma_s = \sigma_y$  ir  $\varepsilon_s = \varepsilon_{yk}$  ir gaunama tokia tempiamosios bei gniuždomosios armatūrų atstojamosios jėgos išraiškos (Židonis, 2018):

$$F_{st} = \sigma_y \cdot A_{st}. \quad (20)$$

$$F_{sc} = \sigma_y \cdot A_{sc}. \quad (21)$$

Iš gausaus ir negausaus armavimo atvejų gautų armatūros atstojamųjų jėgų lygybės, gaunama ribos, (tarp gausaus ir negausaus armavimo), ribinio santykinio gniuždomosios srities aukščio reikšmė:

$$\xi_{top,lim} = \frac{\varepsilon_{top}}{\varepsilon_{top} + \varepsilon_{yk}}. \quad (22)$$

Sprendžiant paprasčiausią uždavinį, ZI metode naudojamos dvi lygtys – jėgų projekcijų ir lenkiamojo momento. Esant betoniniam skerspjūviui (22a pav.) naudojama jėgų projekcijų ir lenkiamojo momento apie neutraliąją ašį pusiausvyros lygtys:

$$\begin{cases} \sum(F) = 0 \Rightarrow N - F_c + F_{ct} = 0 ; \\ \sum(M) = 0 \Rightarrow -M - N \cdot x_n + M_c + M_{ct} = 0 , \end{cases} \quad (23)$$

čia  $x_n$  yra išorinės ašinės jėgos atstumas iki neutraliosios ašies:

$$x_n = x_{top} - \frac{h}{2} + e_0 .$$

Esant gelžbetoniniam skerspjūviui su tempiamąją armatūra (22b pav.) naudojama jėgų projekcijų ir lenkiamojo momento apie tempiamosios armatūros ašį *st-st* pusiausvyros lygtys:

$$\begin{cases} \sum(F) = 0 \Rightarrow N - F_c + F_{st} + F_{ct} = 0 ; \\ \sum(M) = 0 \Rightarrow -M - N \cdot x_{ns} - F_{ct} \cdot z_{ct} + F_c \cdot z_c = 0 , \end{cases} \quad (24)$$

čia  $x_{ns}$  yra išorinės ašinės jėgos atstumas iki tempiamosios armatūros centro:

$$x_{ns} = d - \frac{h}{2} + e_0 ,$$

$z_c$  – atstumas tarp skerspjūvio gniuždomosios srities atstojamosios jėgos  $F_c$  ir armatūros centro:

$$z_c = d - a_c , \text{ kai } a_c = x_{top} - e_c ,$$

$z_{ct}$  – atstumas tarp skerspjūvio tempiamosios srities atstojamosios jėgos  $F_{ct}$  ir armatūros centro:

$$z_{ct} = x_{st} - e_{ct} .$$

Irašius į  $z_c$  formulę atstojamosios jėgos  $F_c$  išraišką (10) ir lenkiamojo momento išraišką (12), gauname prof. I. Židonio monografijoje (Židonis, 2018) nurodytą atstumo  $z_c$  formulę:

$$z_c = d \cdot \left[ 1 - \xi_{top} \cdot \left( 1 - \frac{\omega_{mc}}{\omega_{nc}} \right) \right] .$$

Esant gelžbetoniniam skerspjūviui su tempiamąją ir gniuždomąją armatūromis (22c pav.) naudojama jėgų projekcijų ir lenkiamojo momento apie tempiamosios armatūros ašį *st-st* pusiausvyros lygtys:

$$\begin{cases} \sum(F) = 0 \Rightarrow N - F_c - F_{sc} + F_{st} + F_{ct} = 0 ; \\ \sum(M) = 0 \Rightarrow -M - N \cdot x_{ns} - F_{ct} \cdot z_{ct} + F_c \cdot z_c + F_{sc} \cdot z_{sc} = 0 , \end{cases} \quad (25)$$

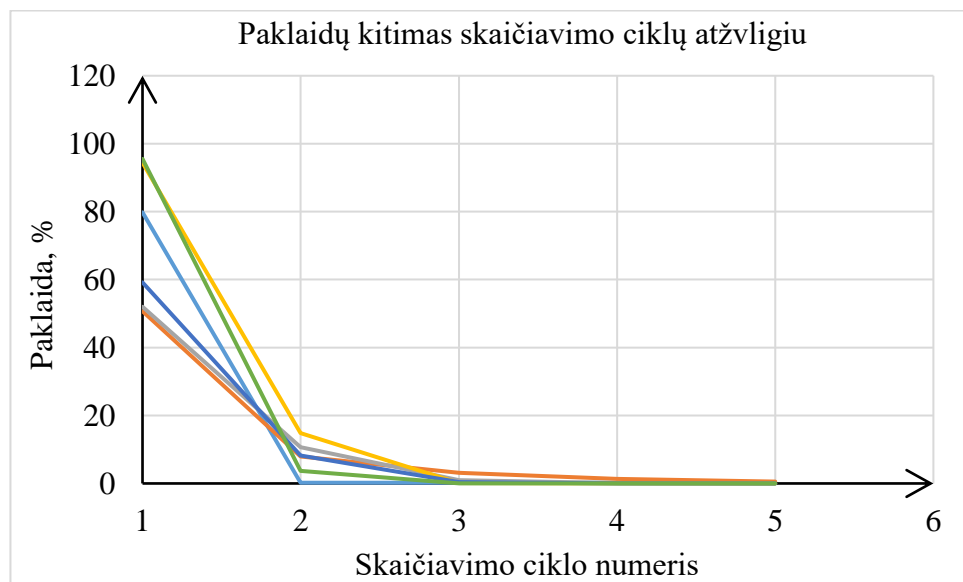
čia  $z_{sc}$  yra atstumas tarp gniuždomosios ir tempiamosios armatūrų centrų:

$$z_{sc} = d - a_{sc} .$$

Tokio tipo uždaviniai sprendžiami nuoseklaus artėjimo būdu, kadangi iš pradžių nežinoma nei neutraliosios ašies padėtis  $x_{top}$  ir aukštis  $\xi_w$ , nei gniuždomosios srities kraštinė deformacija  $\epsilon_{top}$ .

Pirmajame skaičiavimo cikle, mums nežinoma kraštinė deformacija  $\varepsilon_{top}$  priimama lygi ribinei  $\varepsilon_{c1}$ . Tada sprendžiama jėgų projekcijos pusiausvyros lygtis, iš kurios randamas skerspjūvio gniuždomosios srities aukštis  $\xi_{top}$ . Turint gniuždomosios skerspjūvio srities aukštį, anuliuojama prieš tai priimta kraštinė deformacija ir sprendžiama lenkiamųjų momentų pusiausvyros lygtis, iš kurios randama nauja skerspjūvio gniuždomosios srities kraštinė deformacija  $\varepsilon_{top}$ . Gauta deformacija gretinama su ciklo pradžioje priimta deformacija. Esant reikšmingai paklaidai, atliekamas naujas skaičiavimo ciklas, kuriame mums nežinoma skerspjūvio gniuždomosios srities kraštinė deformacija  $\varepsilon_{top}$  priimama lygi paskutiniame skaičiavimo cikle apskaičiuotajai deformacijai.

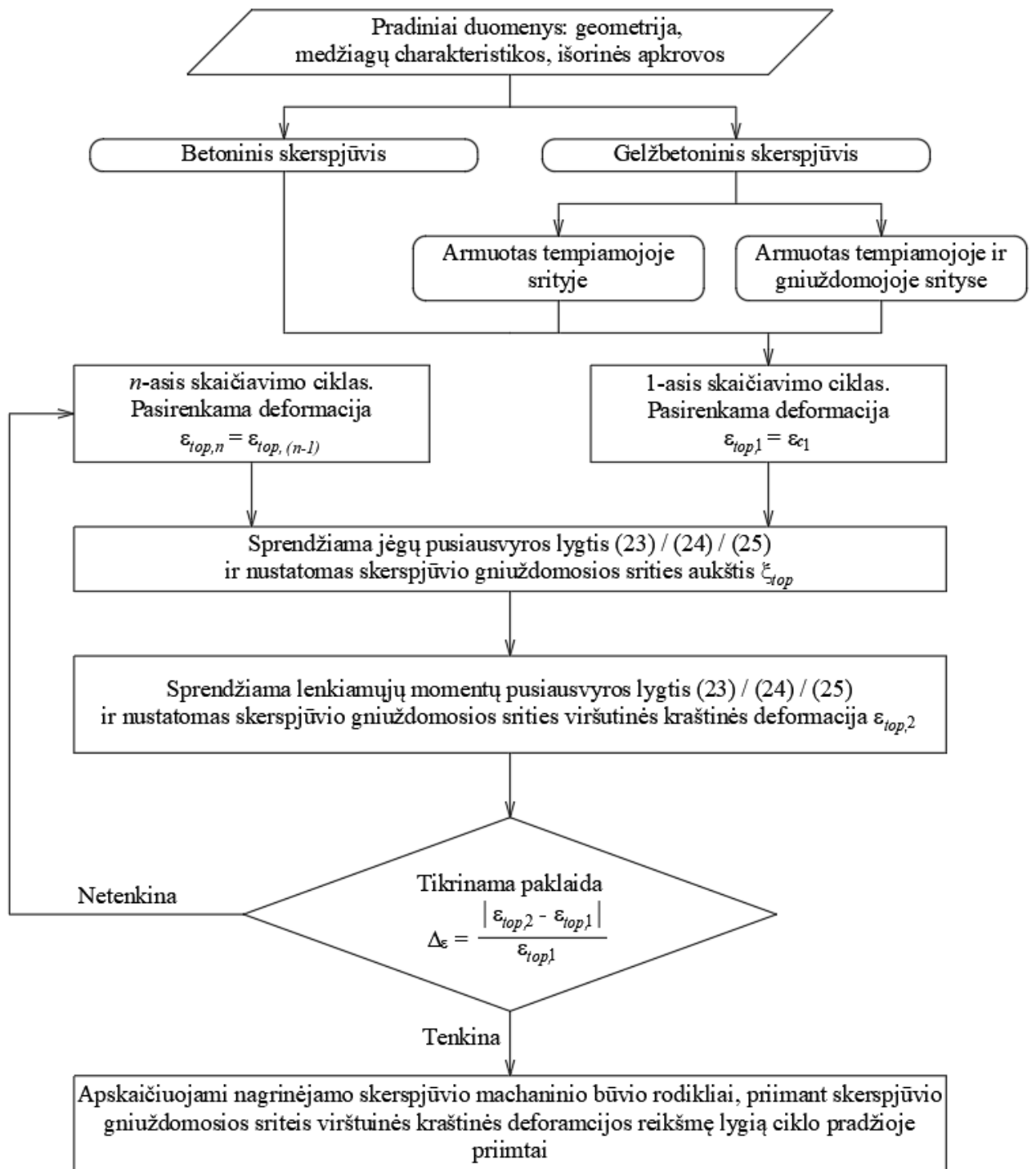
Skaičiavimo ciklai kartojami tol, kol paklaida tarp priimtos ir skaičiavimo ciklo pabaigoje gautos deformacijos sutampa paklaidų ribose. Gavus tinkamą paklaidą, galutinė skerspjūvio gniuždomosios srities kraštinė deformacija priimama to ciklo pradžioje priimtai ir apskaičiuojami kiti skerspjūvio mechaninio būvio rodikliai. Atlikus keletą skaičiavimų, paklaida lygi arba artima 0 procentų gaunama atlikus 5 skaičiavimo ciklus (23 pav.).



23 pav. Paklaidų kitimas skaičiavimo ciklų atžvilgiu

## 2.2. Skaičiuoklės kūrimas

ZI metodo skaičiuoklės kūrimas atliekamas *MAPLE* programine įranga skirtą matematiniams skaičiavimams atlikti. Skaičiuoklė programoje kuriama atsižvelgiant į uždavinių sprendimo algoritmą (24 pav.). Uždavinio sprendimas atliekamas artėjimo būdu, programoje atliekami 5 skaičiavimo ciklai po kurių paklaida artima arba lygi nuliui (23 pav.).



24 pav. Uždavinio skaičiavimo algoritmas

Skaičiuoklę suskaidyta į atskirus segmentus:

1. Teorinė dalis. Žymenys ir santrumpos.
2. Teorinė dalis. Prielaidos.
3. Teorinė dalis. Skaičiuojamoji schema.
4. Duomenų įvestis. Medžiagų mechaniniai rodikliai.
5. Duomenų įvestis. Skerspjūvio geometriniai rodikliai.
6. Duomenų įvestis. Skerspjūvį veikiančios išorinės jėgos ir jų rodikliai.

7. Formulės aprašančios medžiagų įtempių-deformacijų priklausomybes ir atstojamąsias jėgas.
8. Pusiausvyros lygtys.
9. Sprendimas. Atliekami 5 skaičiavimo ciklai pagal pateiktą algoritmą (24 pav.).
10. Rezultatai.

Skaičiuokle išspręsti uždaviniai pateikti 1-7 prieduose.

### 2.3. Tyrimo rezultatų analizės tarpinės išvados

ZI metodo algoritmas sprendžiant uždavinius, kurių tikslas nustatyti skerspjūvio normalinio pjūvio mechaninio būvio rodiklius artėjimo būdų yra vienodas. Atsižvelgiant į skirtingus uždavinius ar skirtingus skerspjūvius, jų formas, sluoksnius ir medžiagas, algoritme skiriasi tik nariai ir jų išraiškos ZI metode taikomose formulėse ir pusiausvyros lygtyse.

Šiuo momentu skaičiuoklė parengta kiekvieno tipo uždaviniui (betoninis, skerspjūvis, betoninis skerspjūvis su tempiamąją armatūra, betoninis skerspjūvis su tempiamąją ir gniuždomąją armatūromis bei uždaviniai įvertinant tempiamąjį betoną) atskirai. Taikant skaičiuoklę, galima atlikti kiek norima skaičiavimo ciklą, priklausomai nuo skaičiavimo ciklą, reikia redaguoti skaičiuoklę rankiniu būdu. Atlikus kelių uždavinių analizę, nustatyta, kad atlikus 5 skaičiavimo ciklus, paklaida pasiekia paklaidą artimą 0, todėl visų uždavinių sprendimu ir rezultatų gavimui atliekami 5 skaičiavimo ciklai.

Tolimesnių tyrimų tikslas būtų apjungti ir parengti vieną skaičiuoklę, gebančią spręsti bet koki uždavinį pagal pasirinktus duomenis, savybes ir kitus parametrus, tačiau, kad tai padaryti yra reikalingos įvairios programavimo kalbos žinios. Tai yra kita tyrimų sritis.

### III. ZI METODO VEIKSMINGUMO PATIKRA

#### 3.1. Taikoma BEM programa, prielaidos

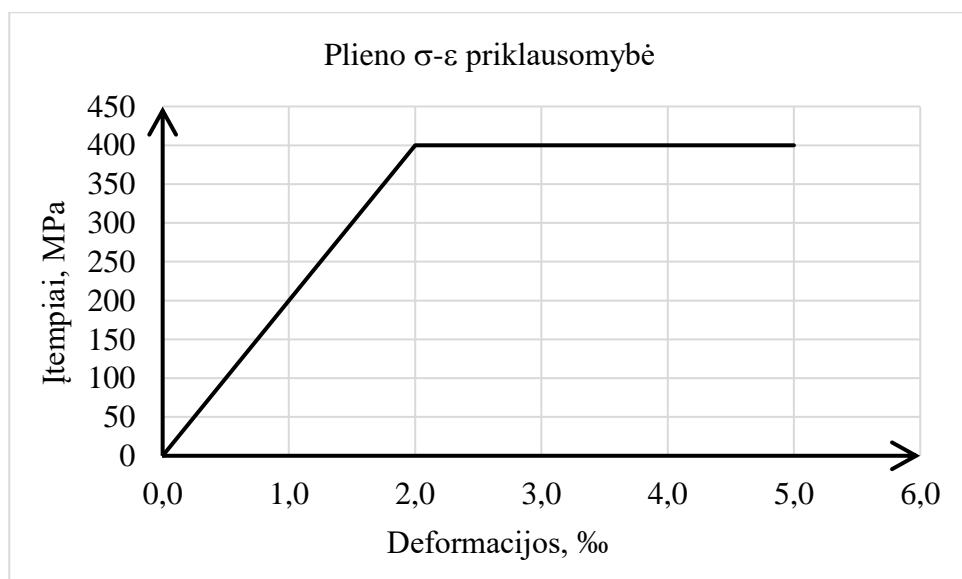
Baigtinių elementų metodu skaičiuoti taikoma ANSYS programinė įranga (Nakasone, 2008; Alawadhi, 2010). Ši programa leidžia atlikti elementų netiesinę analizę panaudojant netiesines medžiagų įtempių ir deformacijų priklausomybes. Taikant šią programą priimamos prielaidos:

- naudojama tik kylanti medžiagos įtempių-deformacijų priklausomybės dalis,  $\sigma$ - $\varepsilon$  priklausomybė priimama tokia pati kaip ir ZI metode;
- tempiamosios srities betono  $\sigma$ - $\varepsilon$  priklausomybė priimama tokia pati kaip ir ZI metode;
- įtempių-deformacijų priklausomybei pasiekus ribinę reikšmę (pvz. betono vidutinių gniuždomųjų įtempių reikšmę  $f_{cm}$ ), tolimesnė tiesės dalis yra horizontali;
- apkrovos bei atramos pridėjimo vietoje esantiems elementams priskiriama dirbtinė medžiaga, siekiant išvengti vietinių deformacijų;
- lenkiamojo momento reikšmė skerspjūvyje gaunama taikant idealizuotą 1D skaičiuojamąją schemą.

#### Medžiagų rodikliai

Betono medžiaga užduodama netiesinė, panaudojant ketaus medžiagos modelį, kurio pagalba užduodamos gniuždymo ir tempimo įtempių-deformacijų priklausomybės atskirai.

Gniuždomo betono  $\sigma$ - $\varepsilon$  priklausomybė netiesinė, aprašoma 3-iojo laipsnio polinomu iš ZI metodo formulių, tempiamo betono  $\sigma$ - $\varepsilon$  priklausomybė – trikampio formos, panaudojant tamprumo koeficientą  $\nu_{ct} = 0,5$  (Židonis, 2018). Įtempių išraiška naudojama tokia pati kaip ir ZI metode (8). Nagrinėjant betoninį skerspjūvį tempiamo betono įtempių-deformacijų priklausomybė aprašoma 3-iojo laipsnio polinomu kaip ir ZI metode (7), vietoj gniuždomųjų ribinių deformacijų priimant tempimo ribines deformacijas.



25 pav. Armatūros plieno įtempių-deformacijų priklausomybė naudojama BEM

Tempiamajai ir gniuždomajai armatūrai, plieno įtempių-deformacijų priklausomybė priimama bitiesinė (25 pav.). Iki takumo įtempių priklausomybė tiesinė, įtempiams pasiekus takumo ribą, armatūros plienas pradeda tekėti.

### 3.2. Mechaninio būvio rodiklių nustatymas STR

Gelžbetoninių elementų mechaninio būvio rodiklių nustatymas atliekamas vadovaujantis STR 2.05.05:2005 (toliau šiame skyriuje – STR). Nustatant mechaninio būvio rodiklius STR pateikta metodika, kai kurios reikšmės imamos iš lentelių, taikomi koeficientai norint apskaičiuoti skerspjūvio gniuždomosios srities aukštį ir priimamos tam tikros prielaidos.

#### Prielaidos

STR siūlomoje metodikoje priimamos tokios prielaidos:

- nagrinėjant gelžbetoninius elementus skerspjūvio gniuždomosios srities įtempių pasiskirstymas – stačiakampio formos;
- galioja plokščiųjų pjūvių prielaida;
- skerspjūvio tempiamosios srities betonas nevertinamas.

#### Mechaninio būvio rodiklių nustatymas

Pagal STR rekomenduojamas formules, santykinis gniuždomosios srities aukštis apskaičiuojamas naudojant formulę:

$$\xi_{STR} = \frac{1}{\beta + \frac{1 + 5 \cdot (\delta + \lambda)}{10 \cdot \rho \cdot \alpha_e}} \pm \frac{1,5 + \varphi_f}{11,5 \cdot \frac{e_{s,tot}}{d} \pm 5}, \quad (26)$$

čia dešinėsios pusės viršutiniai ženklai taikomi esant gniuždomajai jėgai  $N_{tot}$ , apatiniai – tempiamajai;  $\beta$  – koeficientas priklausantis nuo betono tipo, sunkiajam ir lengvajam koeficientas yra lygus 1,8, smulkiagrūdžiam – 1,6;  $e_{s,tot}$  – jėgos  $N_{tot}$  ekscentricitetas apie tempiamosios armatūros masės centrą, kur  $N_{tot}$  yra išilginės jėgos ir apspaudimo jėgos  $P_{m,0}$  atstojamoji;  $\alpha_e$  – koeficientas, įvertinantis plieno ir betono tamprumo modulių santykį;  $\rho$  – armavimo koeficientas;

$$\delta = \frac{M}{b \cdot d^2 \cdot f_{ck}}; \quad (27)$$

$$\lambda = \varphi_f \cdot \left(1 - \frac{h_f}{2 \cdot d}\right); \quad (28)$$

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cm}};$$

$$\varphi_f = \frac{(b_{eff} - b) \cdot h_f + \frac{\alpha_e}{2 \cdot v_{STR}} \cdot A_{s2}}{b \cdot d}; \quad (29)$$

čia  $M$  yra veikiantis lenkiamasis momentas;  $b$  – skerspjūvio plotus;  $b_{eff}$  – naudingasis skerspjūvio plotis;  $d$  – naudingas skerspjūvio aukštis;  $h_f$  – dydis kuris yra lygus  $2 \cdot a_2$  arba jei nėra gniuždomosios armatūros, yra lygus 0;  $A_{s2}$  – gniuždomosios armatūros plotas;  $f_{ck}$  – betono charakteristinis gniuždomasis stipris;  $E_s$  – plieno tamprumo modulis;  $E_{cm}$  – betono kirstinis tamprumo modulis;  $v_{STR}$  – koeficientas, apibūdinantis elastingai tamprią betono gniuždomosios zonos savybę ir imamas iš reglamento 26 lentelės. Sunkiajam ir lengvajam betonui, trumpalaikiai skaičiuotinei situacijai koeficientas yra lygus 0,45.

Skerspjūvio gniuždomosios srities aukštis apskaičiuojamas:

$$x_{eff} = \xi_{STR} \cdot d.$$

Atstumas tarp tempiamosios armatūros ir skerspjūvio gniuždomosios srities betono atstojamosios jėgos apskaičiuojamas:

$$z_{STR} = d \cdot \left[ 1 - \frac{\frac{h_f}{d} \cdot \varphi_f + \xi_{STR}^2}{2 \cdot (\varphi_f + \xi_{STR})} \right], \quad (30)$$

kai  $\varphi_f$  yra lygus 0, tai  $z_{STR}$

$$z_{STR} = d \cdot \left[ 1 - \frac{\xi_{STR}^2}{2 \cdot \xi_{STR}} \right],$$

kai  $\xi_{STR} = \frac{x_{eff}}{d}$ , tai

$$z_{STR} = d \cdot \left[ 1 - \frac{\frac{x_{eff}^2}{d^2}}{2 \cdot \frac{x_{eff}}{d}} \right] = d \cdot \left[ 1 - \frac{x_{eff}}{2 \cdot d} \right] = d - \frac{x_{eff}}{2};$$

$$z_{STR} = d - \frac{x_{eff}}{2}.$$

Turint prieš tai apskaičiuotus rodiklius apskaičiuojamos betono gniuždomosios deformacijos ties viršutine skerspjūvio kraštine:

$$\varepsilon_{c,STR} = \frac{M}{z_{STR} \cdot b \cdot d \cdot \xi_{STR} \cdot v_{STR} \cdot E_{cm}}. \quad (31)$$

Betono įtempių pasiskirstymas – stačiakampio formos. Betono gniuždomieji įtempiai apskaičiuojami:

$$\sigma_{c,STR} = \frac{M}{z_{STR} \cdot b \cdot d \cdot \xi_{STR}} \quad (32)$$

Plieno tempiamosios armatūros deformacijos apskaičiuojamos naudojant šią formulę:

$$\varepsilon_{st,STR} = \frac{M}{z_{STR} \cdot A_{st} \cdot E_s} \quad (33)$$

Plieno tempiamosios armatūros įtempiai apskaičiuojami pagal šią formulę:

$$\sigma_{st,STR} = \frac{M}{z_{STR} \cdot A_{st}} \quad (34)$$

Skerspjūvio neutraliosios linijos padėtis apskaičiuojama turint betono gniuždomosios srities kraštinę deformaciją  $\varepsilon_{c,STR}$  ir tempiamosios armatūros deformaciją  $\varepsilon_{st,STR}$ , pagal trikampio dėsnį:

$$x_{top,STR} = \frac{\varepsilon_{c,STR} \cdot d}{\varepsilon_{st,STR} + \varepsilon_{c,STR}} \quad (35)$$

Plieno gniuždomosios armatūros deformacijos apskaičiuojamos taikant šią formulę, pagal trikampio dėsnį:

$$\varepsilon_{sc,STR} = \frac{\varepsilon_{c,STR} \cdot (x_{top,STR} - a_2)}{x_{top,STR}} \quad (36)$$

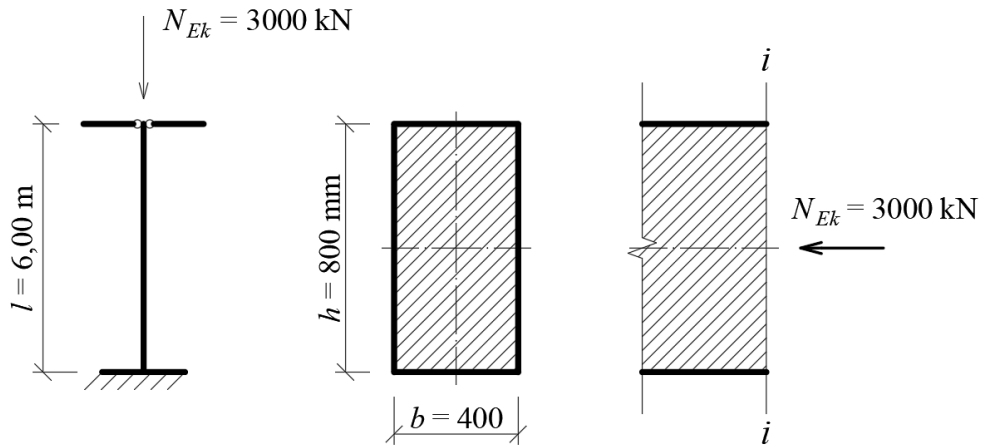
Plieno gniuždomosios armatūros įtempiai apskaičiuojami naudojant šią formulę:

$$\sigma_{sc,STR} = \varepsilon_{sc,STR} \cdot E_s \quad (37)$$

Turint šiuos mechaninio būvio rodiklius atliekamas rezultatų gretinimas su ZI metodu.

### 3.3. Gniuždomo betoninio skerspjūvio skaičiavimas

Skaičiavimui pasirinkta daugiaatramio rėmo betoninė (narmuota) kolona, kuri standžiai tvirtinama prie pamato, viršuje suvaržyta ryšiais. Kolonos ilgis  $l = 6,00$  m, betono klasė – C25/30. Skerspjūvio plotis  $b = 400$  mm, aukštis  $h = 800$  mm (26 pav.). Koloną veikia ašinė gniuždomoji jėga  $N_{Ek} = 3000$  kN. Uždavinio tikslas – nustatyti skerspjūvio neutraliosios ašies padėtį ir mechaninio būvio rodiklius.



26 pav. Kolonos skaičiuojamoji schema ir skerspjūvio matmenys

Duomenys apie medžiagas – betonas C25/30. Charakteristinis ir vidutinis gniuždomasis betono stipris:

$$f_{ck} = 25 \text{ MPa}; \quad f_{cm} = f_{ck} + 8 = 25 + 8 = 33 \text{ MPa}.$$

Skaičiuotinis gniuždomasis betono stipris:

$$f_{cd} = \alpha \cdot \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 0,9 \cdot 1,0 \cdot \frac{25}{1,8} = 12,5 \text{ MPa},$$

čia  $\alpha$  ir  $\alpha_{cc}$  priimami iš reglamento pagal betono klasę, kai ji yra C25/30,  $\alpha = 0,9$  ir  $\alpha_{cc} = 1,0$ ;  $\gamma_c$  – medžiagos patikimumo koeficientas, betoniniams elementams priimamas lygus 1,8.

Vidutinis ir charakteristinis tempiamasis betono stipris, kai betono klasė:

$$f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} = 0,3 \cdot 25^{2/3} = 2,56 \text{ MPa}; \quad f_{ctk,0,05} = 0,7 \cdot f_{ctm} = 0,7 \cdot 2,6 = 1,82 \text{ MPa}.$$

Skaičiuotinis tempiamasis betono stipris:

$$f_{ctd} = \alpha \cdot \alpha_{ct} \cdot \frac{f_{ctk,0,05}}{\gamma_c} = 0,9 \cdot 1,0 \cdot \frac{1,82}{1,8} = 0,91 \text{ MPa};$$

Betono kirstinis tamprumo modulis:

$$E_{cm} = 22 \cdot \left( \frac{f_{cm}}{10} \right)^{0,3} = 22 \cdot \left( \frac{33}{10} \right)^{0,3} = 31,5 \text{ GPa};$$

Betono tamprumo modulis:

$$E_c = 1,05 \cdot E_{cm} = 33,1 \text{ GPa}.$$

### Skaičiavimas pagal STR

Skaičiuojant betoninius gniuždomus elementus pagal STR 2.05.05:2005, turi būti įvertintas atsitiktinis ekscentricitetas, kuris priimamas ne mažesnis kaip 1/600 elemento ilgio arba 1/30 skerspjūvio aukščio. Tokiu atveju, atsiradęs ekscentricitetas sukelia lenkiamąjį momentą, dėl kurio įtempiai ir deformacijos skerspjūvyje pasiskirsto nevienodai.

Apskaičiuojame atsitiktinį ekscentricitetą:

$$\left. \begin{aligned} e_a &\geq \frac{h}{30} = \frac{800}{30} = 27 \text{ mm} \\ e_a &\geq \frac{l}{600} = \frac{6000}{60} = 10 \text{ mm} \end{aligned} \right\} \max \rightarrow e_a = 27 \text{ mm};$$

Ekscentricitetą priimame lygų 27 mm. Įvertiname ašinės jėgos veikimo plokštumoje atsirandančio įlinkio įtaką liauniems elementams. Tikriname liaunumo sąlygą:

$$l_0 = 1,25 \cdot l = 1,25 \cdot 6,00 = 7,50 \text{ m},$$

$$\frac{l_0}{i} = \frac{7500}{231} = 32,5 > 14,$$

tai ekscentricitetas turi būti dauginamas iš koeficiento  $\eta$ :

$$\eta = \frac{1}{1 - \frac{N_{Ek}}{N_{crit}}} = \frac{1}{1 - \frac{3,00}{11,89}} = 1,34;$$

čia  $N_{crit}$  yra sąlyginė kritinė jėga apskaičiuojama:

$$N_{crit} = \frac{6,4 \cdot E_{cm} \cdot I_c}{\varphi_l \cdot l_0^2} \cdot \left( \frac{0,11}{0,1 + \delta_e} + 0,1 \right) = \frac{6,4 \cdot 31,5 \cdot 10^3 \cdot 170,7 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 7,50^2} \cdot \left( \frac{0,11}{0,1 + 0,281} + 0,1 \right) = 11,89;$$

$$\varphi_l = 1 + \beta = 2,$$

čia  $\beta$  yra koeficientas įvertinantis betono rūšį ir imamas iš lentelės, sunkiajam betonui  $\beta = 1,0$ ;

$$\delta_e \geq \delta_{e,\min} = 0,5 - 0,01 \cdot \frac{l_0}{h} - 0,01 \cdot f_{cd} = 0,5 - 0,01 \cdot \frac{7,5}{0,80} - 0,01 \cdot 12,5 = 0,281.$$

Apskaičiuojant elemento stiprumą statmenoje ekscentriciteto buvimo plokštumoje, daroma prielaida, kad ekscentricitetas  $e_0$  yra lygus atsitiktiniam ekscentricitetui:

$$e_0 = e_a \cdot \eta = 27 \cdot 1,34 = 36 \approx 40 \text{ mm}.$$

STR pateiktas tik betoninių elementų saugos ribinio būvio skaičiavimas. Taikydami STR pateiktas formules ir priimdami prielaidą, kad uždavinys skaičiuojamas tinkamumo ribiniam būviui, formulėse vietoje skaičiuotinių reikšmių priimame charakteristines. Apskaičiuojame gniuždomosios skerspjūvio srities plotą:

$$A_{cc} = b \cdot h \cdot \left( 1 - \frac{2 \cdot e_0 \cdot \eta}{h} \right) = 0,400 \cdot 0,800 \cdot \left( 1 - \frac{2 \cdot 0,040 \cdot 1,34}{0,800} \right) = 0,277 \text{ m}^2.$$

Apskaičiuojame gniuždomosios skerspjūvio srities aukštį:

$$x_{top,STR} = \frac{A_{cc}}{b} = \frac{0,277}{0,400} = 0,693 \text{ m}.$$

Apskaičiuojame įtempius veikiančius skerspjūvio gniuždomojoje srityje:

$$\sigma_{top,STR} = \frac{N_{Ek}}{A_{cc}} = \frac{3,00}{0,277} = 10,83 \text{ MPa.}$$

Apskaičiuojame deformacijos skerspjūvio viršutinėje kraštinėje priėmę tamprumo koeficientą  $\nu_{STR} = 0,45$ :

$$\varepsilon_{top,STR} = \frac{\sigma_{top,STR}}{E_c \cdot \nu_{STR}} = \frac{10,83}{33,1 \cdot 10^3 \cdot 0,45} = 0,727 \cdot 10^{-3} \text{ ‰}; \quad \varepsilon_{top,STR} = 0,727 \text{ ‰.}$$

Apskaičiuojame deformacijos skerspjūvio apatinėje kraštinėje:

$$\varepsilon_{bot,STR} = \frac{\varepsilon_{top,STR} \cdot (h - x_{top,STR})}{x_{top,STR}} = \frac{0,727 \cdot 10^{-3} \cdot (0,800 - 0,693)}{0,693} = 0,112 \cdot 10^{-3}; \quad \varepsilon_{bot,STR} = 0,112 \text{ ‰.}$$

Gauti rezultatai (gniuždomieji įtempiai bei deformacijos rašomos su minuso ženklu, tempiamosios su pliuso): neutraliosios linijos padėtis  $x_{top} = 0,693$  m, įtempiai skerspjūvio viršuje  $\sigma_{top} = -10,83$  MPa, deformacijos skerspjūvio viršuje  $\varepsilon_{top} = -0,727$  ‰, deformacijos skerspjūvio apatinėje kraštinėje  $\varepsilon_{bot} = 0,112$  ‰.

### Tamprus uždavinio skaičiavimas

Sprendžiant tamprųjį uždavinį (toliau – TU) priimamos prielaidos:

- galioja plokščiųjų pjūvių hipotezė;
- betono įtempių-deformacijų priklausomybė tiesinė tiek gniuždomajam betonui, tiek tempiamajam betonui;
- imamos charakteristinės betono stiprių reikšmės;
- betono gniuždomųjų bei tempiamųjų įtempių pasiskirstymas – trikampio formos;
- skerspjūvio mechaninio būvio rodikliai nustatomi panaudojant tradicines mechanikos formules.

Nustatomi skerspjūvio geometriniai rodikliai. Skerspjūvio plotas:

$$A_c = b \cdot h = 400 \cdot 800 = 32,0 \cdot 10^4 \text{ mm}^2.$$

Inercijos momentas ir atsparumo momentas:

$$I_c = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{400 \cdot 800^3}{12} = 170,7 \cdot 10^8 \text{ mm}^4; \quad W_c = \frac{b \cdot h^2}{6} = \frac{400 \cdot 800^2}{6} = 42,7 \cdot 10^6 \text{ mm}^3.$$

Inercijos spindulys:

$$i = \sqrt{\frac{I_c}{A_c}} = \sqrt{\frac{170,7 \cdot 10^8}{32,0 \cdot 10^4}} = 231 \text{ mm.}$$

Uždavinys skaičiuojamas tinkamumo ribiniui būviui nustatyti, imamos charakteristinės medžiagų rodiklių reikšmės. Betono įtempių-deformacijų pasiskirstymas tiesinis, todėl priimama

pakoreguota tamprumo modulio reikšmė, taikant koeficientą  $\gamma_{Fk} = 1,30$ :

$$E_{ck} = \frac{E_{cm}}{\gamma_{Fk}} = \frac{31,5}{1,30} = 24,2 \text{ GPa.}$$

Gniuždomas betoninis skerspjūvis skaičiuojamas kaip tamprus – betono įtempių-deformacijų priklausomybė priimama tiesinė. Apskaičiuojame įtempius nuo ašinės jėgos:

$$\sigma_N = \frac{N_{Ek}}{A_c} = \frac{3,0}{0,32} = 9,4 \text{ MPa.}$$

Nuo lenkiamojo momento:

$$\sigma_M = \frac{N_{Ek} \cdot e_0}{W_c} = \frac{3,0 \cdot 0,04}{42,7 \cdot 10^{-3}} = 2,8 \text{ MPa.}$$

Apskaičiuojame įtempius ir deformacijas susidarantiems skerspjūvio labiausiai gniuždomojoje kraštinėje:

$$\sigma_{top} = \sigma_N + \sigma_M = 9,4 + 2,8 = 12,2 \text{ MPa}; \quad \varepsilon_{top} = \frac{\sigma_{top}}{E_{cm}} = \frac{12,2}{31,5 \cdot 10^3} = 0,504 \cdot 10^{-3} = 0,504 \text{ ‰.}$$

Apskaičiuojame įtempius ir deformacijas susidarantiems skerspjūvio mažiausiai gniuždomojoje kraštinėje:

$$\sigma_{bot} = \sigma_N - \sigma_M = 9,4 - 2,8 = 6,60 \text{ MPa}; \quad \varepsilon_{bot} = \frac{\sigma_{bot}}{E_{cm}} = \frac{6,60}{31,5 \cdot 10^3} = 0,273 \cdot 10^{-3} = 0,273 \text{ ‰.}$$

Neutraliosios linijos padėtis atitinką vietą, kurioje įtempiai yra lygūs 0. Apskaičiuojame neutraliosios linijos padėtį skerspjūvio centro atžvilgiu (27 pav.):

$$\sigma = -\frac{N_{Ek}}{A} + \frac{M_{Ek}}{I} \cdot x_{c0} = -\frac{N_{Ek}}{b \cdot h} + \frac{N_{Ek} \cdot e_0}{\frac{b \cdot h^3}{12}} \cdot x_{c0};$$

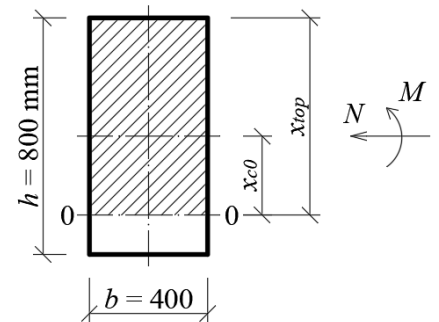
$$x_{c0} = \frac{N_{Ek} \cdot h^2}{12 \cdot N_{Ek} \cdot e_0} = \frac{h^2}{12 \cdot e_0} = \frac{0,8^2}{12 \cdot 0,04} = 1,33 \text{ m.}$$

Apskaičiuojame neutraliosios linijos padėtį skerspjūvio viršutinės kraštinės atžvilgiu:

$$x_{top} = x_{c0} + \frac{h}{2} = 1,33 + 0,4 = 1,73 \text{ m.}$$

Apskaičiuojame neutraliosios linijos padėtį pagal deformacijų pasiskirstymą, pagal panašių trikampių dėsnį:

$$x_{top} = \frac{\varepsilon_{top} \cdot h}{\varepsilon_{top} - \varepsilon_{bot}} = \frac{0,504 \cdot 10^{-3} \cdot 0,8}{0,504 \cdot 10^{-3} - 0,273 \cdot 10^{-3}} = 1,74 \text{ m.}$$

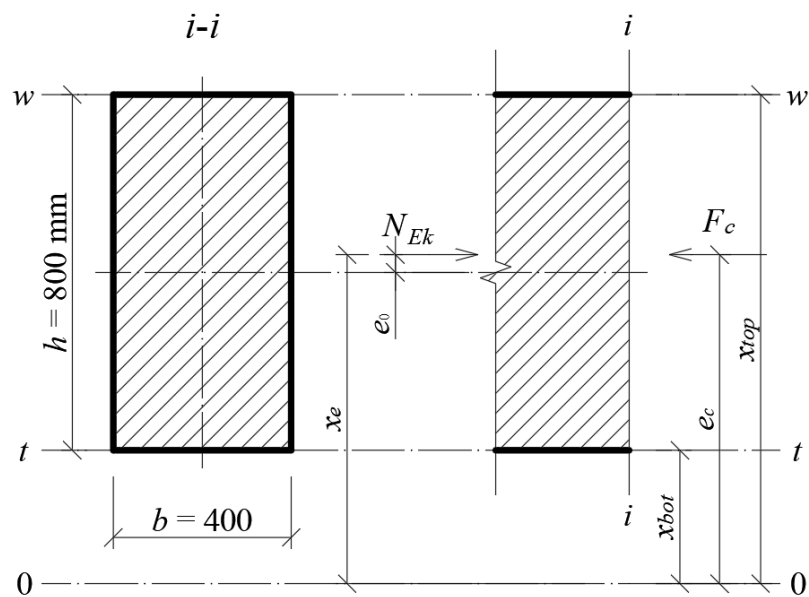


27 pav. Skerspjūvio neutraliosios linijos tampriamam uždaviniui nustatymo schema

Kaip matome neutraliosios linijos padėtis sutampa abejais atvejais, nežymi paklaida galėjo atsirasti dėl skaičių apvalinimo tikslumo. Gauti rezultatai (gniuždomieji įtempiai bei deformacijos rašomos su minuso ženklu, tempiamosios su pliuso): neutraliosios linijos padėtis  $x_{top} = 1,73$  m, įtempiai skerspjūvio viršuje  $\sigma_{top} = -12,20$  MPa, įtempiai skerspjūvio apačioje  $\sigma_{bot} = -6,60$  MPa, deformacijos skerspjūvio viršuje  $\varepsilon_{top} = -0,504$  ‰, deformacijos skerspjūvio apačioje  $\varepsilon_{bot} = -0,273$  ‰.

### Skaičiavimas ZI metodu

Priimame, kad visas skerspjūvis yra gniuždomas – skerspjūvio neutralioji ašis yra išsidėsčiusi už skerspjūvio ribų (28 pav.).



28 pav. Betoninio skerspjūvio skaičiuojamoji schema ZI metode

Labiausiai gniuždomo skerspjūvio krašto koordinatė –  $x_{top}$ , atitinkamai mažiausiai gniuždomo krašto koordinatė yra  $x_{bot}$ :

$$x_{bot} = x_{top} - h,$$

čia  $h$  yra skerspjūvio aukštis, taip pat ir skerspjūvio naudingas aukštis, kadangi skerspjūvis yra nearmuotas  $d = h$ . Ašinės gniuždomosios jėgos  $N_{Ed}$  atstumas iki neutraliosios ašies:

$$x_n = x_{top} - \frac{h}{2} + e_0,$$

čia  $e_0$  yra jėgos  $N_{Ek}$  ekscentricitetas.

Skerspjūvį veikiantys gniuždomieji įtempiai aprašomi 3-iojo laipsnio polinomu (7). Deformacijos skerspjūvyje kinta trikampio dėsnium. Uždavinys skaičiuojamas tinkamumo ribiniam būviui, todėl betono medžiagos rodikliams konvertuoti iš vidutinių reikšmių į charakteristines,

naudojamas dalinis koeficientas  $\gamma_{Fk} = 1,30$ . Betono įtempiai dalinami iš dalinio koeficiento ir gaunama tokia betono atstojamosios jėgos  $F_{ck}$  ir jos momento  $M_{ck}$  apie neutraliąją ašį 0–0 išraiškos:

$$F_{ck} = \int_0^{x_{top}} \frac{\sigma_c(\varepsilon_c)}{\gamma_{Fk}} \cdot b \cdot dx_c, \quad (38)$$

$$M_{ck} = \int_0^{x_{top}} \frac{\sigma_c(\varepsilon_c)}{\gamma_{Fk}} \cdot x_c \cdot b \cdot dx_c. \quad (39)$$

Uždavinyje naudojamos dvi pusiausvyros lygtys – jėgų ir lenkiamųjų momentų aplink neutraliąją ašį (23):

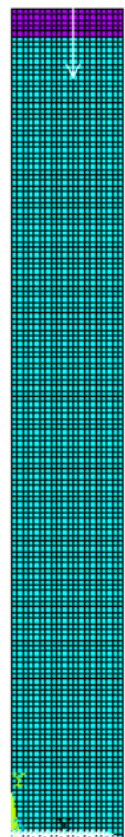
$$\begin{cases} \sum F = 0 \Rightarrow N_{Ek} - F_{ck} = 0; \\ \sum M_0 = 0 \Rightarrow M_{ck} - N_{Ek} \cdot x_n. \end{cases}$$

Skaičiavimai *Maple* programa pateikti priede Nr. 1. Atlikus penkis skaičiavimo ciklus gauta paklaida lygi  $\Delta_5 = 1,0\%$ . Gauti rezultatai (gniuždomieji įtempiai bei deformacijos rašomos su minuso ženklu, tempiamosios su pliuso): neutraliosios linijos padėtis  $x_{top} = 1,37$  m, įtempiai skerspjūvio viršuje  $\sigma_{top} = -12,57$  MPa, įtempiai skerspjūvio apačioje  $\sigma_{bot} = -5,76$  MPa, deformacijos skerspjūvio viršuje  $\varepsilon_{top} = -0,584\%$ , deformacijos skerspjūvio apačioje  $\varepsilon_{bot} = -0,242\%$ .

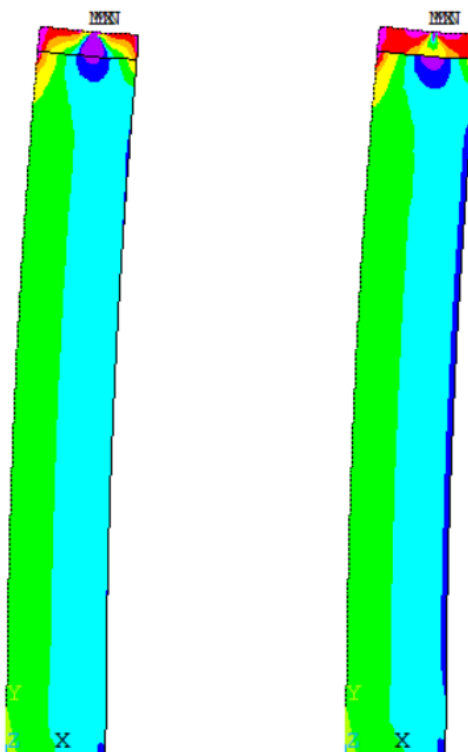
### Skaičiavimas BEM

*ANSYS* programoje kolona modeliuojama iš baigtinių elementų – kvadratinių  $40 \times 40$  mm matmenų plokštelių. Betonas – C25/30 klasės. Apkrovos pridėjimo vietoje esantiems elementams priskiriama dirbtinė sustandinta medžiaga, kurios tamprumo modulis 150 GPa. Atramos standžios, priskiriamos visiems apatiniams kolonos mazgams. Apkrova pridėjama į viršutinį mazgą su 40 mm ekscentricitetu, apkrovos reikšmė  $N = 3$  MN. Baigtinių elementų modelį sudaro 3171 mazgai ir 3000 elementų (29 pav.).

Atlikus analizę, gauti rezultatai (gniuždomieji įtempiai bei deformacijos rašomos su minuso ženklu, tempiamosios su pliuso): neutraliosios linijos padėtis  $x_{top} = 1,08$  m, įtempiai skerspjūvio viršuje  $\sigma_{top} = -12,05$  MPa, įtempiai skerspjūvio apačioje  $\sigma_{bot} = -6,53$  MPa, deformacijos skerspjūvio viršuje  $\varepsilon_{top} = -0,555\%$ , deformacijos skerspjūvio apačioje  $\varepsilon_{bot} = -0,279\%$ . Įtempiai ir deformacijos per visą kolonos aukštį, išskyrus atraminę dalį bei apkrovos pridėjimo vietą, pasiskirstę tolygiai (30 pav.).



29 pav. Kolonos  
BE tinklas



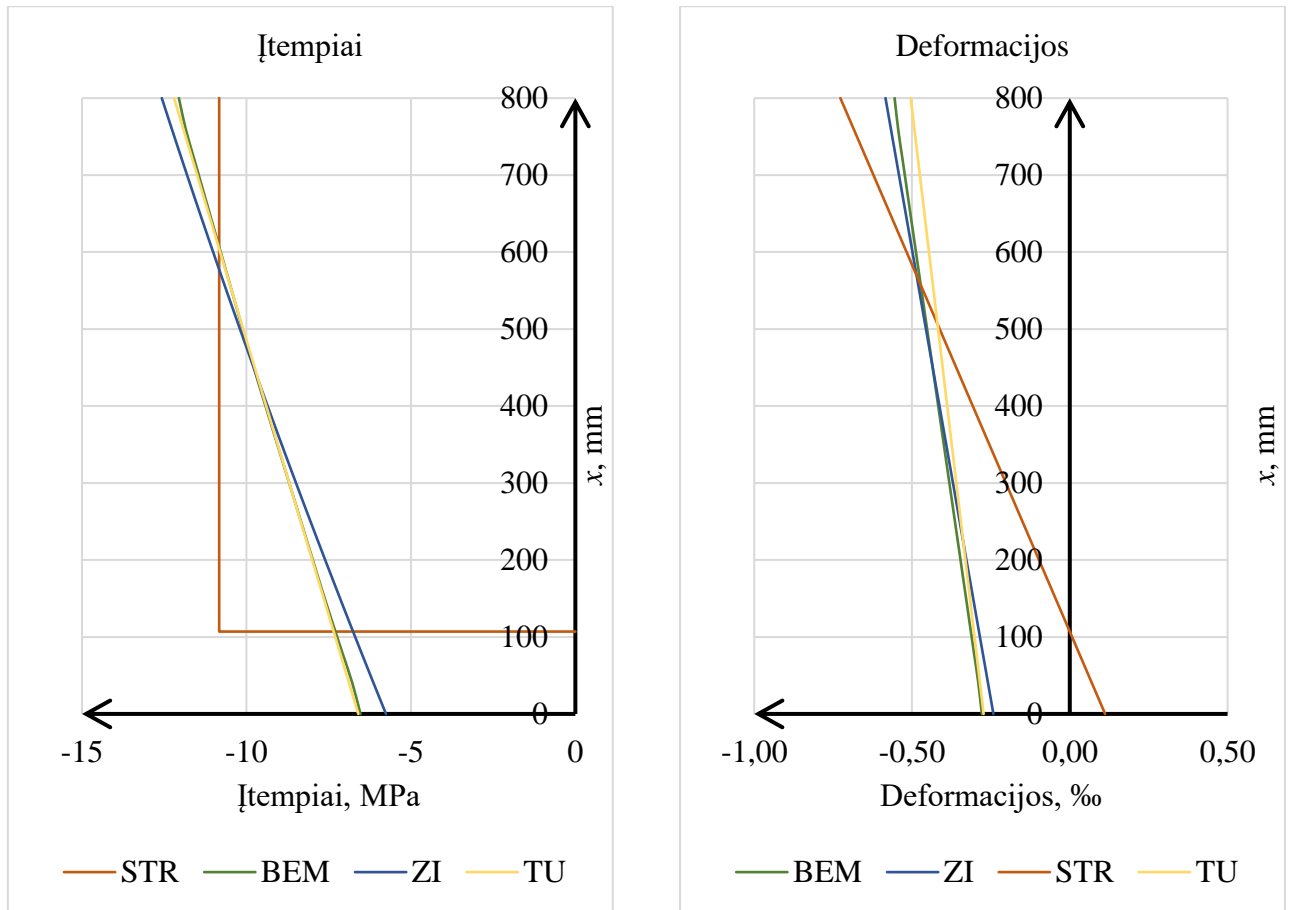
30 pav. Įtempių ir deformacijų pasiskirstymas

### Rezultatų lyginimas

Palyginame ZI metodu gautus rezultatus su STR, tampriuoju uždaviniu ir BEM apskaičiuotais (31 pav.; 1 lentelė). Gniuždomieji įtempiai bei deformacijos rašomos su minuso ženklu, tempiamosios su pliuso.

1 lentelė. Gniuždomosios kolonos rezultatų palyginimas tarp baigtinių elementų, STR ir ZI metodų

Metodas	$x_{top}$ , m	$\sigma_{top}$ , MPa	$\sigma_{bot}$ , MPa	$\epsilon_{top}$ , ‰	$\epsilon_{bot}$ , ‰
STR	0,693	-10,83	-	-0,727	0,112
TU	1,73	-12,20	-6,60	-0,504	-0,273
ZI	1,37	-12,57	-5,76	-0,590	-0,242
BEM	1,08	-12,05	-6,53	-0,555	-0,279



31 pav. Įtempių ir deformacijų pasiskirstymo kolonos normaliniame pjūvyje palyginimas tarp baigtinių elementų, STR ir ZI metodų

Atsižvelgiant į rezultatus gautus ZI metodu bei STR ir palyginus neutraliosios linijos padėties reikšmes, gauta paklaida  $\Delta_{x,top} = 49,4 \%$ , tarp gniuždomųjų įtempių skerspjūvio viršuje –  $\Delta_{\sigma,top} = 13,84 \%$ , tarp gniuždomųjų deformacijų skerspjūvio viršuje –  $\Delta_{\varepsilon,top} = 24,5 \%$ , tarp gniuždomųjų deformacijų skerspjūvio apatinėje kraštinėje –  $\Delta_{\varepsilon,bot} = 146,0 \%$ . Kaip matome iš paklaidų, skirtumai susidarė reikšmingi. Paklaidos galėjo atsirasti dėl to, jog STR nėra aprašytos metodikos skerspjūvio mechaninio būvio rodikliams nustatyti, taip pat STR naudojamas gniuždomųjų įtempių pasiskirstymas – stačiakampio formos, o ZI metode – netiesinis.

Įvertinant ZI metodu ir tamprus uždavinio gautus rezultatus ir palyginus neutraliosios linijos padėties reikšmes, gauta paklaida  $\Delta_{x,top} = 26,3 \%$ , tarp gniuždomųjų įtempių skerspjūvio viršuje –  $\Delta_{\sigma,top} = 2,94 \%$ , tarp gniuždomųjų deformacijų skerspjūvio viršuje –  $\Delta_{\varepsilon,top} = 13,7 \%$ , tarp gniuždomųjų įtempių skerspjūvio apatinėje kraštinėje –  $\Delta_{\sigma,bot} = 14,6 \%$ , tarp gniuždomųjų deformacijų skerspjūvio apatinėje kraštinėje –  $\Delta_{\varepsilon,bot} = 12,8 \%$ . Atsižvelgiant į gautus skirtumus matome, kad jie susidarė, tačiau mažesni nei lyginant su STR. Paklaidos galėjo atsirasti dėl to, jog sprendžiant tamprųjį uždavinį, medžiagų savybės yra tiesinės, o sprendžiant ZI metodu, medžiagų savybės – netiesinės.

Apskaičiavus paklaidas tarp ZI metodo ir BEM, gauti tokie skirtumai: tarp neutraliosios linijos padėties  $\Delta_{x,top} = 21,2 \%$ , tarp gniuždomųjų įtempių skerspjūvio viršuje –  $\Delta_{\sigma,top} = 4,14 \%$ , tarp gniuždomųjų deformacijų skerspjūvio viršuje –  $\Delta_{\varepsilon,top} = 4,97 \%$ , tarp gniuždomųjų įtempių skerspjūvio apatinėje kraštinėje –  $\Delta_{\sigma,bot} = 13,37 \%$ , tarp gniuždomųjų deformacijų skerspjūvio apatinėje kraštinėje –  $\Delta_{\varepsilon,bot} = 13,26 \%$ . Kaip matome iš paklaidų, didžiausios paklaidos gautos neutraliosios ašies padėtyje bei deformacijų ir įtempių reikšmėms apatinėje skerspjūvio kraštinėje. Paklaidos galėjo atsirasti, nes BEM nėra taikoma plokščiųjų pjūvių hipotezė, sustiprinimai ir vietinės deformacijos kolonos atraminėje dalyje bei apkrovos pridėjimo vietoje įtakojo bendrąjį deformacijų bei įtempių pasiskirstymą.

Kaip matome iš diagramų (31 pav.) įtempių pasiskirstymas normaliniame kolonos pjūvyje yra artimas tiesiniam, kadangi koloną veikia ganėtinai maža apkrova. Padidinkime ekscentricitetą iki 160 mm, kad gautume labiau neteisinį uždavinį. Šiuo atveju koloną veikianti jėga su didesniu ekscentricitetu sudarys didesnę lenkimo momentą ir priimame, kad skerspjūvio neutralioji linija išsidėstys skerspjūvio ribose.

#### Skaičiavimas STR metodu

Apskaičiuojame gniuždomosios skerspjūvio srities aukštį:

$$A_{cc} = b \cdot h \cdot \left( 1 - \frac{2 \cdot e_0 \cdot \eta}{h} \right) = 0,400 \cdot 0,800 \cdot \left( 1 - \frac{2 \cdot 0,160 \cdot 1,34}{0,800} \right) = 0,148 \text{ m}^2.$$

Apskaičiuojame gniuždomosios skerspjūvio srities aukštį:

$$x_{top,STR} = \frac{A_{cc}}{b} = \frac{0,148}{0,400} = 0,370 \text{ m}.$$

Apskaičiuojame įtempius veikiančius skerspjūvio gniuždomojoje srityje:

$$\sigma_{top,STR} = \frac{N_{Ek}}{A_{cc}} = \frac{3,00}{0,148} = 20,3 \text{ MPa}.$$

Apskaičiuojame deformacijas skerspjūvio viršutinėje kraštinėje priėmę tamprumo koeficientą  $\nu_{STR} = 0,45$ :

$$\varepsilon_{top,STR} = \frac{\sigma_{top,STR}}{E_c \cdot \nu_{STR}} = \frac{20,3}{33,1 \cdot 10^3 \cdot 0,45} = 1,363 \cdot 10^{-3} \text{ ‰}; \quad \varepsilon_{top,STR} = 1,363 \text{ ‰}.$$

Apskaičiuojame deformacijas skerspjūvio apatinėje kraštinėje:

$$\varepsilon_{bot,STR} = \frac{\varepsilon_{top,STR} \cdot (h - x_{top,STR})}{x_{top,STR}} = \frac{1,363 \cdot 10^{-3} \cdot (0,800 - 0,370)}{0,370} = 1,584 \cdot 10^{-3}; \quad \varepsilon_{bot,STR} = 1,584 \text{ ‰}.$$

Gauti rezultatai (gniuždomieji įtempiai bei deformacijos rašomos su minuso ženklu, tempiamosios su pliuso): neutraliosios linijos padėtis  $x_{top} = 0,370 \text{ m}$ , įtempiai skerspjūvio viršuje

$\sigma_{top} = -20,3$  MPa, deformacijos skerspjūvio viršuje  $\varepsilon_{top} = -1,363$  ‰, deformacijos skerspjūvio apatinėje kraštinėje  $\varepsilon_{bot} = 1,584$  ‰.

### Tamprus uždavinio skaičiavimas

Apskaičiuojame skerspjūvį veikiančius įtempius nuo ašinės jėgos:

$$\sigma_N = \frac{N_{Ek}}{A_c} = \frac{3,0}{0,32} = 9,4 \text{ MPa}.$$

Nuo lenkiamojo momento:

$$\sigma_M = \frac{N_{Ek} \cdot e_0}{W_c} = \frac{3,0 \cdot 0,16}{42,7 \cdot 10^{-3}} = 11,24 \text{ MPa}.$$

Apskaičiuojame įtempius ir deformacijas susidarančias skerspjūvio labiau gniuždomojoje kraštinėje:

$$\sigma_{top} = \sigma_N + \sigma_M = 9,4 + 11,24 = 20,6 \text{ MPa}; \quad \varepsilon_{top} = \frac{\sigma_{top}}{E_{ck}} = \frac{20,6}{24,2 \cdot 10^3} = 0,851 \cdot 10^{-3} = 0,851 \text{ ‰}.$$

Apskaičiuojame įtempius ir deformacijas susidarančias skerspjūvio mažiau gniuždomojoje kraštinėje:

$$\sigma_{bot} = \sigma_N - \sigma_M = 9,4 - 11,24 = -1,84 \text{ MPa}; \quad \varepsilon_{bot} = \frac{\sigma_{bot}}{E_{ck}} = \frac{-1,84}{24,2 \cdot 10^3} = -0,076 \cdot 10^{-3} = -0,076 \text{ ‰}.$$

Apskaičiuojame neutraliosios linijos padėtį:

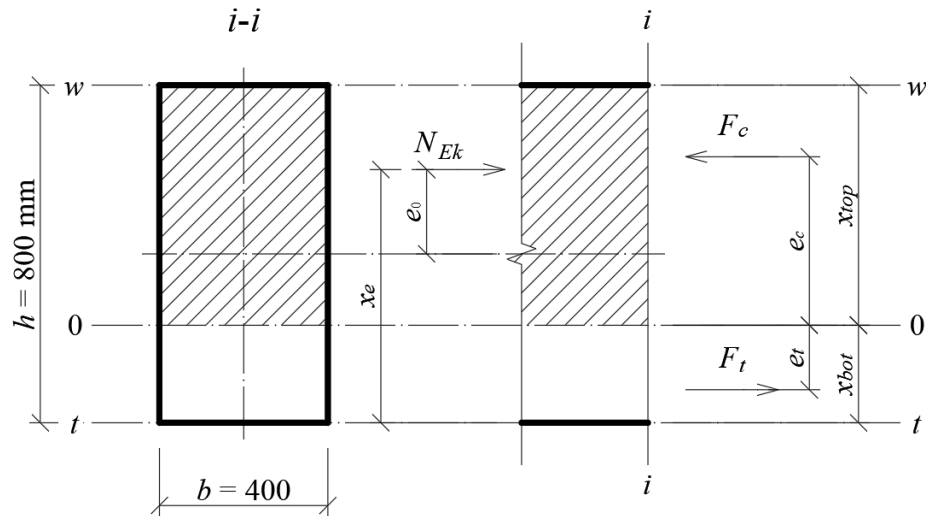
$$x_{c0} = \frac{N_{Ek} \cdot h^2}{12 \cdot N_{Ek} \cdot e_0} = \frac{h^2}{12 \cdot e_0} = \frac{0,8^2}{12 \cdot 0,16} = 0,333 \text{ m}.$$

$$x_{top} = x_{c0} + \frac{h}{2} = 0,333 + 0,4 = 0,733 \text{ m}.$$

Gauti rezultatai (gniuždomieji įtempiai bei deformacijos rašomos su minuso ženklu, tempiamosios su pliuso): neutraliosios linijos padėtis  $x_{top} = 0,733$  m, įtempiai skerspjūvio viršuje  $\sigma_{top} = -20,6$  MPa, įtempiai skerspjūvio apačioje  $\sigma_{bot} = 1,84$  MPa, deformacijos skerspjūvio viršuje  $\varepsilon_{top} = -0,851$  ‰, deformacijos skerspjūvio apačioje  $\varepsilon_{bot} = 0,076$  ‰.

### Skaičiavimas ZI metodu

Priimama, kad skerspjūvio neutralioji linija išsidėsčiusi skerspjūvio ribose (32 pav.), dėl to atsiranda tempimo jėga ir turi būti įvertintas tempiamasis betono darbas.



32 pav. Betoninio skerspjūvio skaičiuojamoji schema ZI metode

Betono tempiamieji įtempiai aprašomi tuo pačiu 3-iojo laipsnio polinomu (7), kaip ir gniuždomasis betonas, tik vietoj ribinių gniuždomųjų deformacijų priimant ribines tempiamąsias deformacijas:

$$\varepsilon_{ct1} = 0,077 \cdot \varepsilon_{c1} = 0,077 \cdot 2,07 = 0,161 \text{ ‰}.$$

Skerspjūvio gniuždomosios srities betono atstojamoji jėga  $F_c$  aprašoma (38) išraiška, jos momentas  $M_c$  (39) formule. Skerspjūvio tempiamosios srities betono atstojamoji jėga  $F_{ct}$  aprašoma (15) formule, o jos momentas  $M_{ct}$  (16). Panaudojus dalinį koeficientą  $\gamma_{Fk} = 1,30$ , tempiamosios srities atstojamosios jėgos  $F_{ctk}$  ir jos momento  $M_{ctk}$  apie neutraliąją ašį 0–0 išraiškos gaunamos tokios:

$$F_{ctk} = \int_0^{x_{bot}} \frac{\sigma_{ct}(\varepsilon_c)}{\gamma_{Fk}} \cdot b \cdot dx_c \quad (40)$$

$$M_{ctk} = \int_0^{x_{bot}} \frac{\sigma_{ct}(\varepsilon_c)}{\gamma_{Fk}} \cdot x_c \cdot b \cdot dx_c \quad (41)$$

Uždavinyje naudojamos dvi pusiausvyros lygtys – jėgų ir lenkiamųjų momentų aplink neutraliąją ašį (23):

$$\begin{cases} \sum F = 0 \Rightarrow N_{Ek} + F_{ctk} - F_{ck} = 0; \\ \sum M_0 = 0 \Rightarrow M_{ck} + M_{ctk} - N_{Ek} \cdot x_n. \end{cases}$$

Skaičiavimai atlikti Maple programine įranga ir pateikti priede Nr. 2. Atlikus penkis skaičiavimo ciklus gauta paklaida lygi  $\Delta_5 = 0,49 \text{ ‰}$ . Gauti rezultatai (gniuždomieji įtempiai bei deformacijos rašomos su minuso ženklu, tempiamosios su pliuso): neutraliosios linijos padėtis

$x_{top} = 0,709$  m, įtempiai skerspjūvio viršuje  $\sigma_{top} = -19,33$  MPa, įtempiai skerspjūvio apačioje  $\sigma_{bot} = 1,92$  MPa, deformacijos skerspjūvio viršuje  $\varepsilon_{top} = -1,040$  ‰, deformacijos skerspjūvio apačioje  $\varepsilon_{bot} = 0,134$  ‰.

### Skaičiavimas BEM

Baigtinių elementų tinklas išlieka toks pat kaip ir pirmu atveju (29 pav.). Apkrova pridedama į viršutinį mazgą su 160 mm ekscentricitetu, apkrovos reikšmė  $N = 3$  MN.

Atlikus analizę, gauti rezultatai (gniuždomieji įtempiai bei deformacijos rašomos su minuso ženklu, tempiamosios su pliuso): neutraliosios linijos padėtis  $x_{top} = 0,666$  m, įtempiai skerspjūvio viršuje  $\sigma_{top} = -19,16$  MPa, įtempiai skerspjūvio apačioje  $\sigma_{bot} = 1,87$  MPa, deformacijos skerspjūvio viršuje  $\varepsilon_{top} = -1,023$  ‰, deformacijos skerspjūvio apačioje  $\varepsilon_{bot} = 0,125$  ‰. Įtempiai ir deformacijos per visą kolonos aukštį, išskyrus atraminę dalį bei apkrovos pridėjimo vietą, pasiskirstę tolygiai (33 pav.).



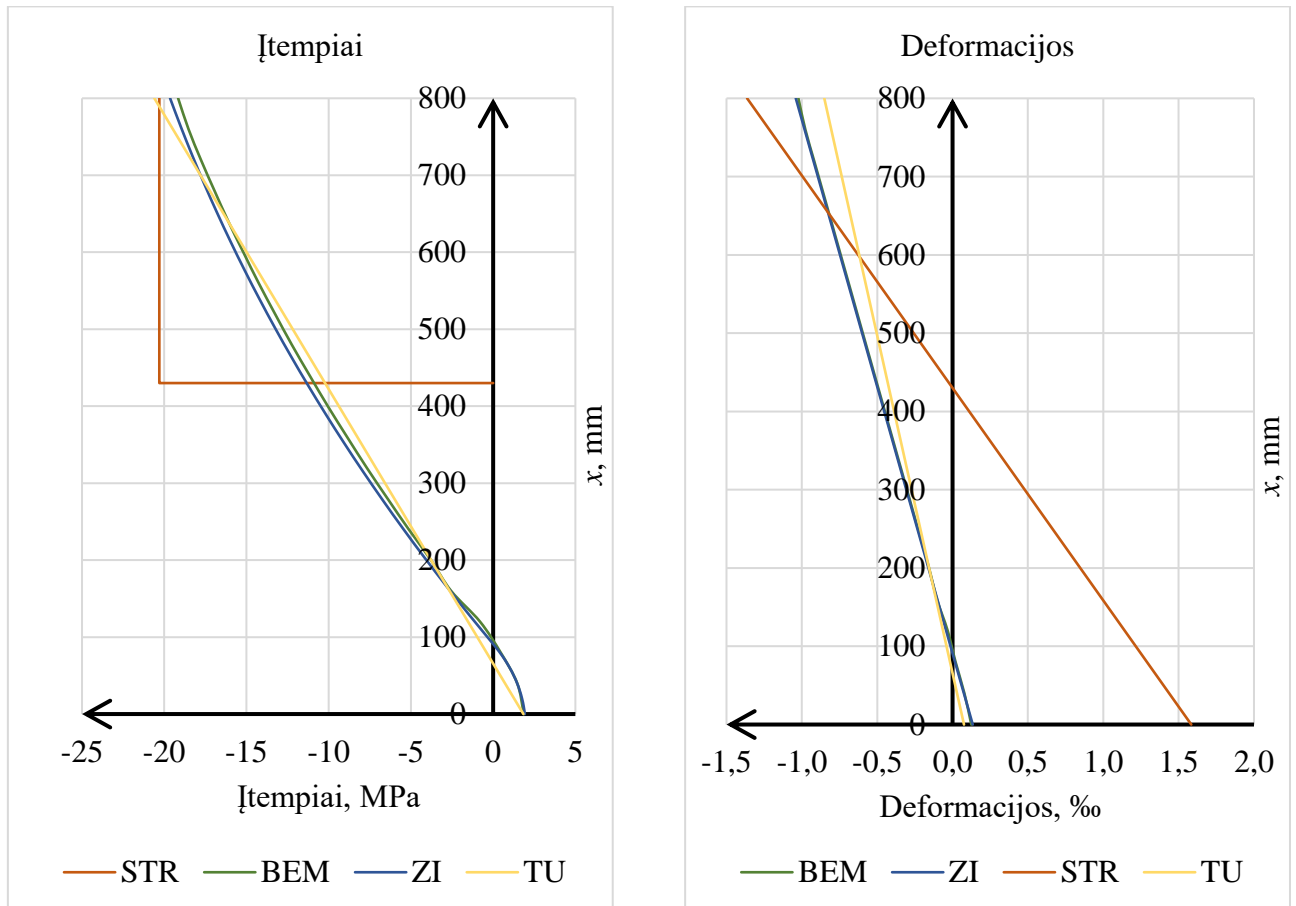
33 pav. Įtempių ir deformacijų pasiskirstymas

### Rezultatų palyginimas

Palyginame ZI metodu gautus rezultatus su STR, tampriuoju uždaviniu ir BEM apskaičiuotais (34 pav.; 2 lentelėje). Gniuždomieji įtempiai bei deformacijos rašomos su minuso ženklu, tempiamosios su pliuso.

2 lentelė. Gniuždomosios kolonos rezultatų palyginimas tarp baigtinių elementų, STR ir ZI metodų, kai  $e_0 = 160$  mm

Metodas	$x_{top}$ , m	$\sigma_{top}$ , MPa	$\sigma_{bot}$ , MPa	$\varepsilon_{top}$ , ‰	$\varepsilon_{bot}$ , ‰
STR	0,370	-20,3	-	-1,363	1,584
TU	0,733	-20,6	1,84	-0,851	0,076
ZI	0,709	-19,33	1,92	-1,040	0,134
BEM	0,666	-19,16	1,87	-1,023	0,125



34 pav. Įtempių ir deformacijų pasiskirstymo kolonos normaliniame pjūvyje palyginimas tarp baigtinių elementų, STR ir ZI metodų, kai  $e_0 = 160$  mm

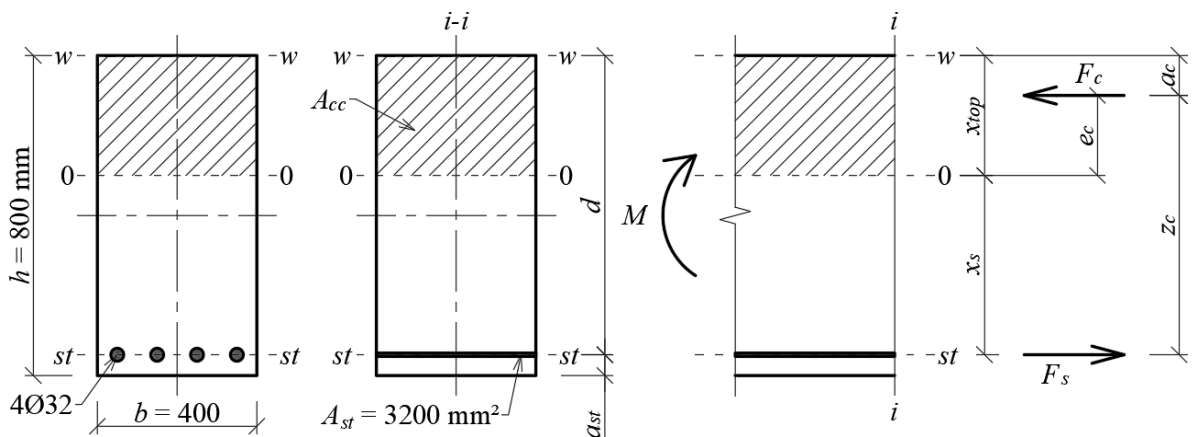
Atsižvelgiant į rezultatus gautus ZI metodu bei STR ir palyginus neutraliosios linijos padėties reikšmes, gauta paklaida  $\Delta_{x,top} = 47,8$  %, tarp gniuždomųjų įtempių skerspjūvio viršuje –  $\Delta_{\sigma,top} = 5,02$  %, tarp gniuždomųjų deformacijų skerspjūvio viršuje –  $\Delta_{\varepsilon,top} = 31,1$  %, tarp tempiamųjų deformacijų skerspjūvio apatinėje kraštinėje –  $\Delta_{\varepsilon,bot} = 1082$  %. Padidinus ekscentricitetą, paklaidos žymiai padidėjo. Paklaidos atsirasti galėto dėl tos pačios priežasties kaip ir nagrinėjant pirmame uždavinyje – STR nėra aprašytos metodikos skerspjūvio mechaninio būvio rodikliams nustatyti, taip pat STR naudojamas gniuždomųjų įtempių pasiskirstymas – stačiakampio formos, o ZI metode – netiesinis.

Įvertinant ZI metodu ir tamprus uždavinio gautus rezultatus ir palyginus neutraliosios linijos padėties reikšmes, gauta paklaida  $\Delta_{x,top} = 3,39 \%$ , tarp gniuždomųjų įtempių skerspjūvio viršuje –  $\Delta_{\sigma,top} = 6,57 \%$ , tarp gniuždomųjų deformacijų skerspjūvio viršuje –  $\Delta_{\varepsilon,top} = 18,2 \%$ , tarp gniuždomųjų įtempių skerspjūvio apatinėje kraštinėje –  $\Delta_{\sigma,bot} = 4,17 \%$ , tarp gniuždomųjų deformacijų skerspjūvio apatinėje kraštinėje –  $\Delta_{\varepsilon,bot} = 43,3 \%$ . Didesnis skirtumai susidarė tarp deformacijų skerspjūvio viršuje bei apačioje. Paklaidos galėjo atsirasti dėl to, jog sprendžiant tamprųjį uždavinį, medžiagų savybės yra tiesinės, o sprendžiant ZI metodu, medžiagų savybės – netiesinės.

Apskaičiavus paklaidas tarp ZI metodo ir BEM, gauti tokie skirtumai: tarp neutraliosios linijos padėties  $\Delta_{x,top} = 6,06 \%$ , tarp gniuždomųjų įtempių skerspjūvio viršuje –  $\Delta_{\sigma,top} = 0,88 \%$ , tarp gniuždomųjų deformacijų skerspjūvio viršuje –  $\Delta_{\varepsilon,top} = 1,63 \%$ , tarp tempiamųjų įtempių skerspjūvio apatinėje kraštinėje –  $\Delta_{\sigma,bot} = 2,60 \%$ , tarp tempiamųjų deformacijų skerspjūvio apatinėje kraštinėje –  $\Delta_{\varepsilon,bot} = 6,72 \%$ . Paklaidos susidarė ganėtinai mažos, didesnis skirtumas matomas tarp neutraliosios ašies padėties bei tempiamųjų deformacijų skerspjūvio apatinėje kraštinėje. Paklaidas nulėmė tai, jog BEM nėra taikoma plokščiųjų pjūvių hipotezė. Taip pat BEM betono medžiagos įtempių-deformacijų priklausomybė užduodama per atitinkamus taškus, kurie tarpusavyje apjungiami tiesia linija – nėra išlinkimo, o ZI metode  $\sigma$ - $\varepsilon$  priklausomybė aprašoma 3-iojo laipsnio polinomu.

### 3.4. Lenkiamosios gelžbetoninės sijos su tempiamąją armatūra skaičiavimas, kai tempiamosios srities betonas nevertinamas

Turime gelžbetoninę siją (35 pav.), kurios aukštis 800 mm, plotis 400 mm, sija armuojama tempiamojame skerspjūvyje 4Ø32 mm, armatūros skerspjūvio plotas  $A_{st} = 3200 \text{ mm}^2$ . Armatūros apsauginis betono sluoksnis (iki armatūros centro),  $a_{st} = 50 \text{ mm}$ . Betono klasė C25/30, armatūros plieno klasė S400. Siją veikiančio lenkiamojo momento charakteristinė reikšmė lygi 800 kNm. Reikia nustatyti sijos statmenojame pjūvyje mechaninio būvio rodiklius.



35 pav. Nagrinėjamos sijos statmenojame pjūvyje skaičiuojamoji schema

Pirmiausia, surašome duomenis apie medžiagas. Betono C25/30 techniniai rodikliai:

$$f_{ck} = 25 \text{ MPa}; \quad f_{cm} = 33 \text{ MPa};$$

$$E_{cm} = 31,5 \text{ GPa}; \quad E_c = 33,1 \text{ GPa};$$

$$\varepsilon_{c1} = 2,069 \text{ ‰}; \quad \nu_{c1} = 0,482 ;$$

$$c_1 = -0,552; \quad c_2 = 0,035.$$

Armatūros S400 techniniai rodikliai:

$$f_{yk} = 400 \text{ MPa}; \quad E_s = 200 \text{ GPa}; \quad \varepsilon_{yk} = 2,00 \text{ ‰}; \quad \nu_s = 1,00 .$$

### Skaičiavimas ZI metodu

Skaičiavimams naudojamos dvi pusiausvyros lygtys – jėgų projekcijų ir lenkimo momentų aplink tempiamosios armatūros ašį  $st-st$  (24):

$$\begin{cases} \sum F = 0 \Rightarrow F_{st} - F_{ck} = 0 \\ \sum M = 0 \Rightarrow -M_{Ek} + F_{ck} \cdot z_c = 0 \end{cases}$$

Uždavinys sprendžiamas tinkamumo ribiniui būviui, betono gniuždomosios srities atstojamoji jėga  $F_{ck}$  (38) ir jos momentas apie neutraliąją ašį  $M_{ck}$  (39). Priimamas *gausaus* armavimo atvejis, tempiamosios armatūros atstojamoji jėga aprašoma (18) išraiška.

Skaičiavimas atliekamas nuoseklaus artėjimo būdu. Skaičiavimai atlikti *Maple* programine įranga ir pateikti priede Nr. 3. Atlikus penkis skaičiavimo ciklus, gauta paklaida lygi  $\Delta_5 = 0,01 \%$ . Gauti rezultatai (gniuždomieji įtempiai bei deformacijos rašomos su minuso ženklu, tempiamosios su pluso): neutraliosios linijos padėtis  $x_{top} = 0,272$  m, atstumas tarp betono gniuždomosios srities atstojamosios jėgos  $F_c$  ir tempiamosios armatūros centro  $z_c = 0,654$  m, įtempiai skerspjūvio viršuje  $\sigma_{top} = -19,91$  MPa, deformacijos skerspjūvio viršuje  $\varepsilon_{top} = -1,090 \text{ ‰}$ , tempiamosios armatūros įtempiai  $\sigma_{st} = 382$  MPa, deformacijos tempiamojoje armatūroje  $\varepsilon_{st} = 1,911 \text{ ‰}$ .

### Skaičiavimas STR metodu

Santykinis gniuždomosios srities aukštis apskaičiuojamas pagal formulę (26):

$$\xi_{STR} = 0,222 .$$

Nustatomos koeficientų reikšmės:

$$\delta = 0,142; \quad \varphi_f = 0; \quad \lambda = 0;$$

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cm}} = \frac{200}{31,5} = 6,35 .$$

Apskaičiuojamas atstumas tarp tempiamosios armatūros masės centro ir gniuždomosios skerspjūvio srities atstojamosios pagal formulę (30):

$$z_{STR} = 0,667 .$$

Nustatomas gniuždomosios srities aukštis:

$$x_{eff} = \xi_{STR} \cdot d = 0,222 \cdot 0,750 = 0,167 \text{ mm.}$$

Apskaičiuojama betono gniuždomosios srities kraštinė deformacija ir įtempiai, pagal formules (31) ir (32):

$$\varepsilon_{c,STR} = 1,267 \text{ ‰}; \quad \sigma_{c,STR} = 18,01 \text{ MPa.}$$

Apskaičiuojama tempiamosios armatūros deformacija ir įtempiai pagal formules (33) ir (34):

$$\varepsilon_{st,STR} = 1,875 \text{ ‰}; \quad \sigma_{st,STR} = 375 \text{ MPa.}$$

Nustatoma neutraliosios linijos padėtis taikant (35) išraišką:

$$x_{top,STR} = 0,303 \text{ m.}$$

Gauti rezultatai (gniuždomieji įtempiai bei deformacijos rašomos su minuso ženklu, tempiamosios su pliuso): neutraliosios linijos padėtis  $x_{top,STR} = 0,303 \text{ m}$ , atstumas tarp betono gniuždomosios srities atstojamosios jėgos  $F_c$  ir tempiamosios armatūros centro  $z_{c,STR} = 0,667 \text{ m}$ , įtempiai skerspjūvio viršuje  $\sigma_{c,STR} = -18,01 \text{ MPa}$ , deformacijos skerspjūvio viršuje  $\varepsilon_{c,STR} = -1,267 \text{ ‰}$ , tempiamosios armatūros įtempiai  $\sigma_{st,STR} = 375 \text{ MPa}$ , deformacijos tempiamojoje armatūroje  $\varepsilon_{st,STR} = 1,875 \text{ ‰}$ .

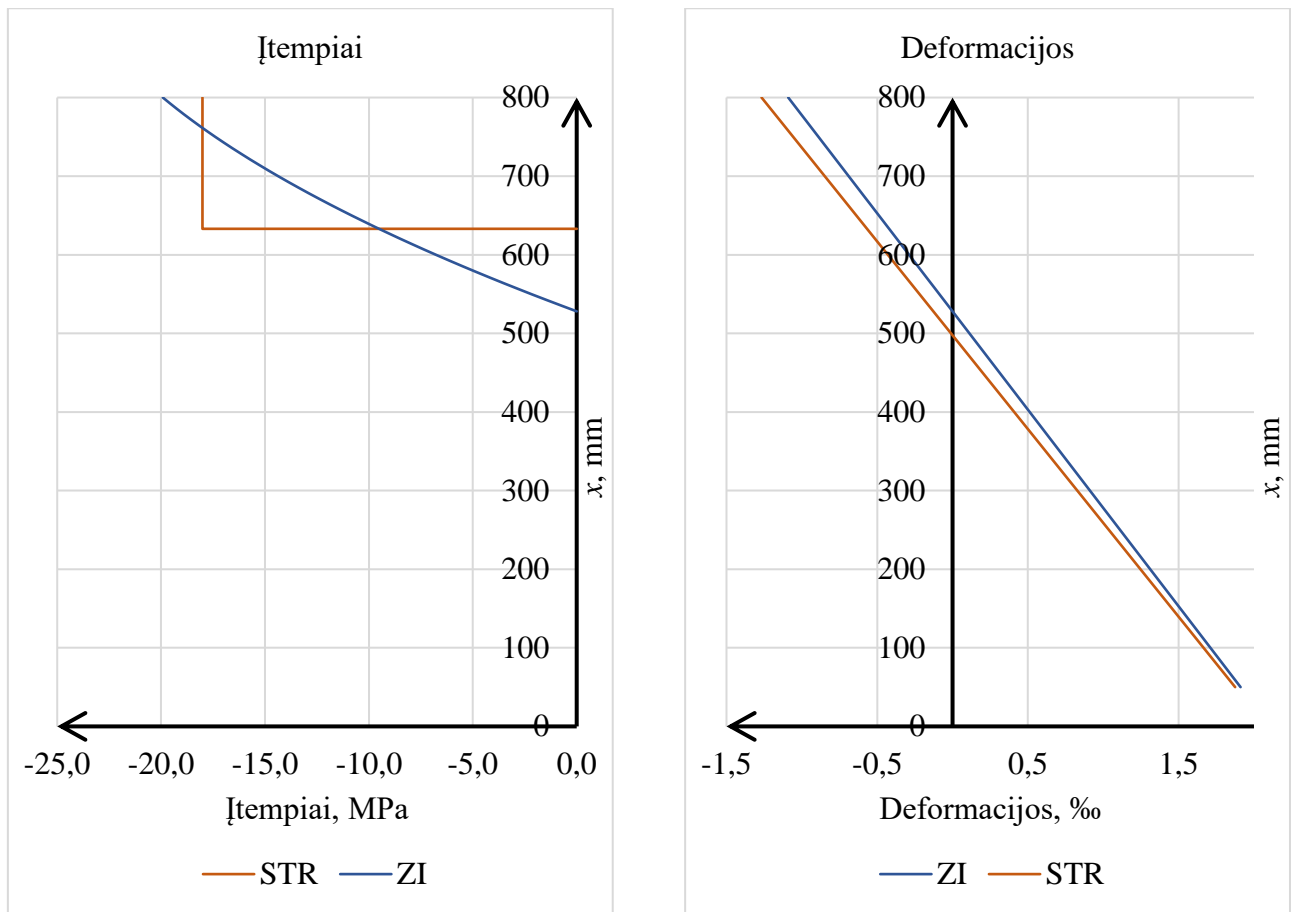
### Rezultatų palyginimas

Gretinami rezultatus tarp ZI metodo ir STR (36 pav.; 3 lentelė) ir pateikiamos paklaidos.

Lentelė 3 lentelė. Rezultatų palyginimas tarp ZI metodo ir STR

Metodas	$x_{top}$ , m	$z_c$ , m	$\sigma_{top}$ , MPa	$\varepsilon_{top}$ , ‰	$\sigma_{st}$ , MPa	$\varepsilon_{st}$ , ‰
ZI	0,272	0,654	-19,91	-1,090	382	1,911
STR	0,303	0,667	-18,01	-1,267	375	1,875

Palyginus neutraliosios linijos padėties reikšmes, gauta paklaida  $\Delta_{x,top} = 11,4 \text{ ‰}$ , atstumą tarp skerspjūvio gniuždomosios srities atstojamosios jėgos ir tempiamosios armatūros centro –  $\Delta_{z,top} = 1,99 \text{ ‰}$ , tarp gniuždomųjų įtempių –  $\Delta_{\sigma,top} = 9,54 \text{ ‰}$ , tarp gniuždomųjų deformacijų –  $\Delta_{\varepsilon,top} = 16,24 \text{ ‰}$ , tarp tempiamosios armatūros įtempių –  $\Delta_{\sigma,st} = 1,83 \text{ ‰}$ , tarp tempiamosios armatūros deformacijų –  $\Delta_{\varepsilon,st} = 1,88 \text{ ‰}$ .

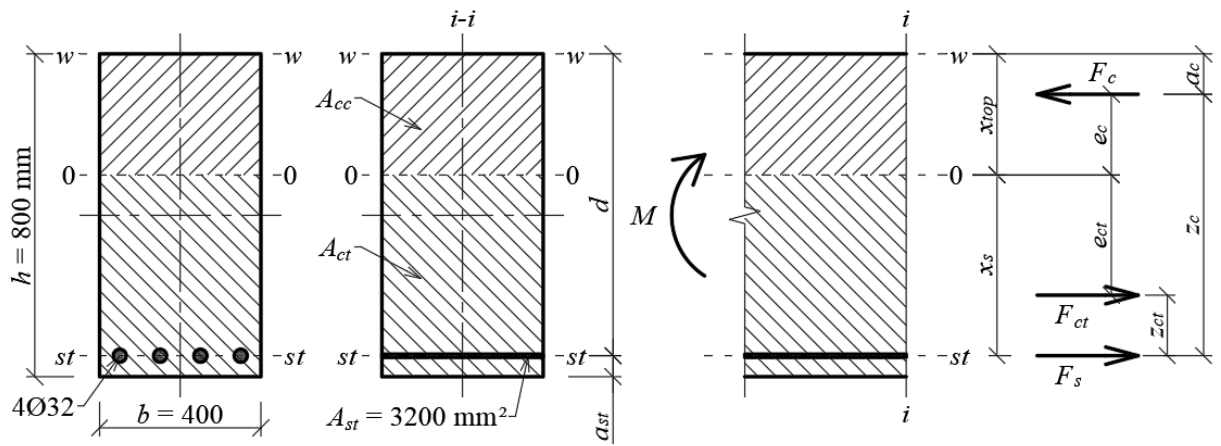


36 pav. Įtempių ir deformacijų pasiskirstymo sijos normaliniame pjūvyje palyginimas tarp ZI metodo ir STR

Kaip matome iš rezultatų reikšminga paklaida atsirado tarp skerspjūvio neutraliosios linijos padėties ir gniuždomųjų deformacijų bei įtempių skerspjūvio viršutinėje kraštinėje. Paklaidos atsirado dėl to, jog STR skerspjūvio gniuždomosios srities aukštis yra nustatomas naudojant koeficientus bei skerspjūvio gniuždomųjų įtempių pasiskirstymas yra stačiakampio formos. ZI metode įtempiai, deformacijos ir skerspjūvio neutraliosios linijos padėtis yra gaunama naudojant netiesinę, artimą tikrajai betono medžiagai, įtempių-deformacijų priklausomybę.

### 3.5. Lenkiamosios gelžbetoninės sijos su tempiamąją armatūra skaičiavimas, kai tempiamosios srities betonas vertinamas

Turime gelžbetoninę siją (37 pav.) nagrinėta prieš tai skyriuje, tik šiame uždavinyje atsiranda papildoma atstojamoji jėga – tempiamosios srities betono  $F_{ct}$ . Sijos aukštis 800 mm, plotis 400 mm, sija armuojama tempiamojoje skerspjūvio srityje  $4\text{Ø}32$  mm, armatūros skerspjūvio plotas  $A_{st} = 3200 \text{ mm}^2$ . Armatūros apsauginis betono sluoksnis (iki armatūros centro),  $a_{st} = 50$  mm. Betono klasė C25/30, armatūros plieno klasė S400. Siją veikiančio lenkiamojo momento charakteristinė reikšmė lygi 800 kNm. Reikia nustatyti sijos statmenojai pjūvio mechaninio būvio rodiklius.



37 pav. Nagrinėjamos sijos statmenoji pjūvio skaičiuojamoji schema

Duomenys apie medžiagas. Betono C25/30 techniniai rodikliai:

$$\begin{aligned}
 f_{ck} &= 25 \text{ MPa}; & f_{cm} &= 33 \text{ MPa}; \\
 E_{cm} &= 31,5 \text{ GPa}; & E_c &= 33,1 \text{ GPa}; \\
 \varepsilon_{c1} &= 2,069 \text{ ‰}; & \nu_{c1} &= 0,482; \\
 c_1 &= -0,552; & c_2 &= 0,035; \\
 f_{ctk,0,05} &= 1,79 \text{ MPa}; & f_{ctm} &= 2,56 \text{ MPa}; \\
 \varepsilon_{ct1} &= 0,1605 \text{ ‰}; & \nu_{ct} &= 0,500.
 \end{aligned}$$

Armatūros S400 techniniai rodikliai:

$$\begin{aligned}
 f_{yk} &= 400 \text{ MPa}; & E_s &= 200 \text{ GPa}; & \varepsilon_{yk} &= 2,00 \text{ ‰}; & \nu_s &= 1,00.
 \end{aligned}$$

### Skaičiavimas ZI metodu

Tempiamosios srities betono įtempių pasiskirstymas – trikampio formos. Įtempiai aprašomi tiesiškai pagal (8) išraišką. Skaičiavimams naudojamos dvi pusiausvyros lygtys – jėgų projekcijų ir lenkimo momentų aplink tempiamosios armatūros ašį  $st-st$  (25):

$$\begin{cases}
 \sum F = 0 & \Rightarrow & F_{st} + F_{ctk} - F_{ck} = 0 \\
 \sum M = 0 & \Rightarrow & -M_{Ek} - F_{ctk} \cdot z_{ct} + F_{ck} \cdot z_c = 0.
 \end{cases}$$

Uždavinys sprendžiamas tinkamumo ribiniam būviui, betono gniuždomųjų ir tempiamųjų įtempių reikšmės dalinamos iš dalinio koeficiento  $\gamma_{Fk} = 1,30$ . Skerspjūvio gniuždomosios srities atstojamoji jėgos išraiška (38), o jos momento (39). Tempiamosios srities atstojamosios jėgos  $F_{ctk}$  ir jos momento  $M_{ctk}$  apie neutraliąją ašį 0-0 išraiškos:

$$F_{ctk} = \int_0^{x_{bot}} \frac{\sigma_{ct}(\varepsilon_c)}{\gamma_{Fk}} \cdot b \cdot dx_c \quad (42)$$

$$M_{ctk} = \int_0^{x_{bot}} \frac{\sigma_{ct}(\varepsilon_c)}{\gamma_{Fk}} \cdot x_c \cdot b \cdot dx_c \quad (43)$$

Tempiamosios srities atstojamosios jėgos išraiška  $F_{st}$  (18).

Atliekant skaičiavimus Maple programine įranga, skerspjūvio tempiamojoje srityje susidarantys įtempiai bei deformacijos, viršija ribines reikšmes. Atsižvelgiant į prielaidas, skaičiavimai atliekami skerspjūviams iki plyšių atsiradimo momento, todėl atliekamas naujas skaičiavimas sumažinus apkrovą. Sija veikiantis lenkimo momentas sumažinamas ~5 kartus:

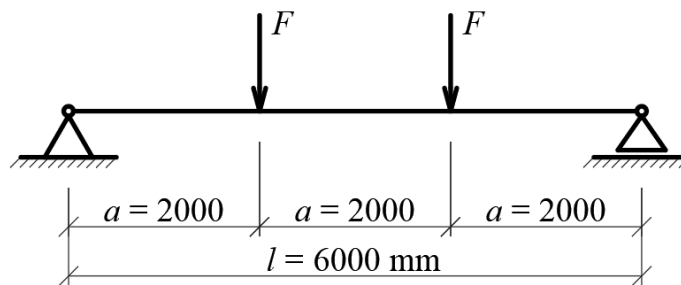
$$M_{Ek} = 140 \text{ kNm.}$$

Skaičiavimai atlikti Maple programine įranga ir pateikti priede Nr. 4. Atlikus penkis skaičiavimo ciklus gauta paklaida lygi  $\Delta_5 = 0\%$ . Gauti rezultatai (gniuždomieji įtempiai bei deformacijos rašomos su minuso ženklu, tempiamosios su pliuso): neutraliosios linijos padėtis  $x_{top} = 0,375$  m, atstumas tarp betono gniuždomosios srities atstojamosios jėgos  $F_c$  ir tempiamosios armatūros centro  $z_c = 0,624$  m, įtempiai skerspjūvio viršuje  $\sigma_{top} = -2,70$  MPa, deformacijos skerspjūvio viršuje  $\varepsilon_{top} = -0,109\%$ , įtempiai skerspjūvio apačioje  $\sigma_{bot} = 1,58$  MPa, deformacijos skerspjūvio apačioje  $\varepsilon_{bot} = 0,124\%$ , tempiamosios armatūros įtempiai  $\sigma_{st} = 21,9$  MPa, deformacijos tempiamojoje armatūroje  $\varepsilon_{st} = 0,110\%$ .

### Skaičiavimas BEM

Pirmiausia atliekami skaičiavimai kai lenkimo momentas  $M_{Ek} = 800$  kNm. Siekiant atkartoti lenkiamojo momento reikšmę, priimama dviatramės sijos skaičiuojamoji schema (38 pav.). Sija apkraunama dviem sutelktosiomis apkrovomis  $F = 400$  kN, tarp kurių atstumas  $a = 2,0$  m:

$$F = \frac{M}{a} = \frac{800}{2,00} = 400 \text{ kN.}$$



38 pav. Sijos skaičiuojamoji schema

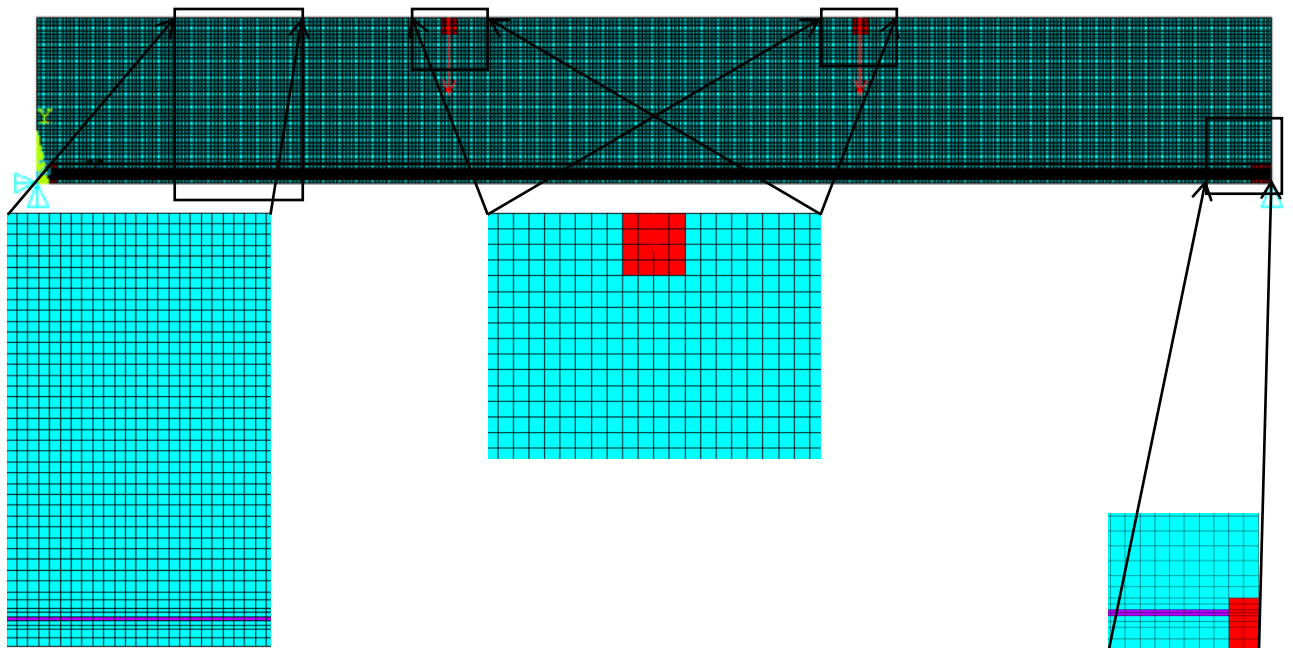
Sijos BE modeliui sudaryti naudojama ANSYS programine įranga. Betono gniuždomieji įtempiai aprašomi panaudojant 3-iojo laipsnio polinomą, tempiamieji įtempiai aprašomi tiesiškai, įtempių pasiskirstymas – trikampio formos. Uždavinys skaičiuojamas tinkamumo ribiniam būviui, todėl betono medžiagos įtempiai dalinami iš dalinio koeficiento  $\gamma_{Fk} = 1,30$ .

Puasono koeficientas priimamas lygus  $\nu = 0,2$ . Apkrovų pridėjimo vietose ( $80 \times 80$  mm ploteliuose) bei atraminiuose mazguose ( $100 \times 100$  mm ploteliuose) priskiriama dirbtinė linijinė medžiaga,  $\sim 5$  kartus standesnė už betoną, kuriai užduodamas tamprumo modulis  $E = 150$  GPa, Puasono koeficientas  $\nu = 0,2$ . Tempiamajai ir gniuždomajai armatūrai, plieno įtempių-deformacijų priklausomybė priimama bitiesinė, takumo įtempius priimant lygius  $f_{yk} = 400$  MPa.

Armatūra modeliuojama kaip pastovaus aukščio, per visą elemento plotį besitęsiantis sluoksnis. Armatūros sluoksnio aukštis:

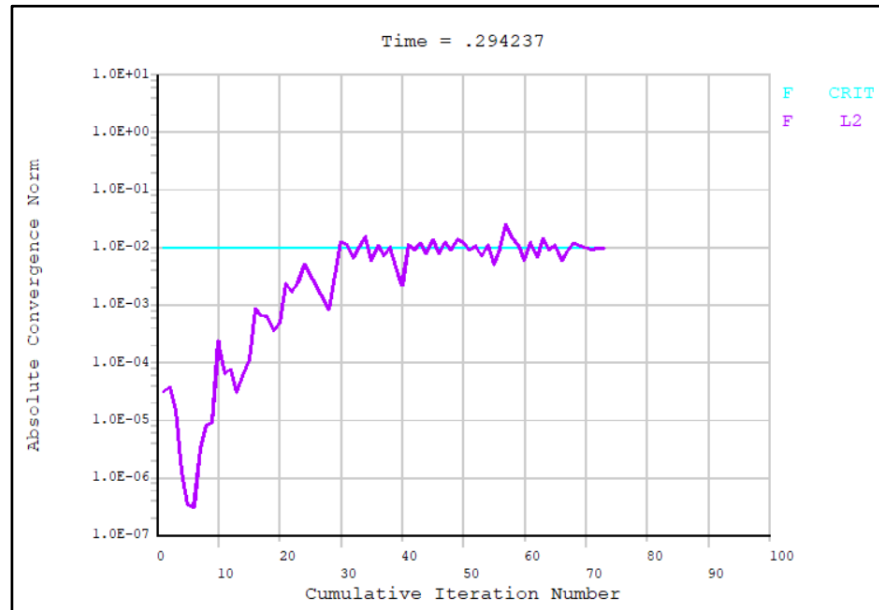
$$h_{ast} = \frac{A_{st}}{b} = \frac{3200}{400} = 8,0 \text{ mm.}$$

Sija modeliuojama stačiakampiais baigtiniais elementais (39 pav.), elemento plotis 20 mm, aukštis varijuoja – aplink armatūrą elementai sutankinami, likusioje sijos dalyje – pastovūs. Žiūrint nuo sijos apačios elementai išsidėstę taip:  $2 \times 15$  mm;  $2 \times 8$  mm;  $2 \times 4$  mm;  $2 \times 8$  mm;  $2 \times 15$  mm;  $35 \times 20$  mm. Baigtinių elementų modelį sudaro: 13846 mazgai ir 13791 baigtiniai elementai.



39 pav. Sijos BE tinklas

Atlikus skaičiavimus, sprendinys nekonverguoja (40 pav.), t. y. programa rezultato neduoda.



40 pav. Konvergavimo grafikas

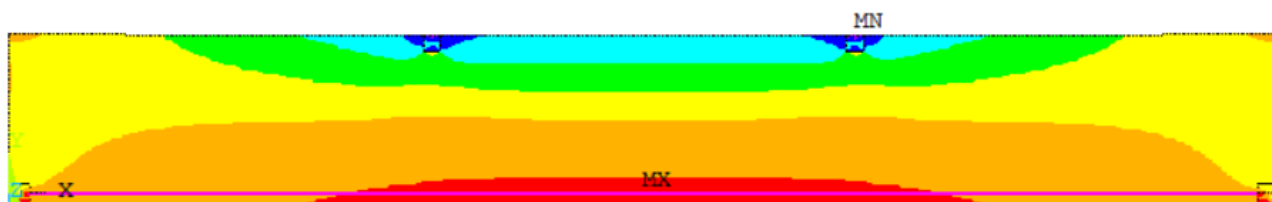
Rezultato nepavyksta gauti dėl tos pačios priežasties kaip ir skaičiuojant ZI metodu. Apkrovus siją lenkiamuoju momentu, kuris yra lygus 800 kNm sijos gniuždomojoje srityje susidaro įtempiai bei deformacijos artimos ribinėms reikšmėms (~80 % ribinės reikšmės), o tempiamojoje srityje susidaro įtempiai ir deformacijos viršijančios ribines reikšmes, dėl ko turi pradėti vystytis plyšiai. Programoje plyšių atsiradimo galimybės užduoti nepavyksta, dėl ko susidaro per didelės platinės deformacijos tempiamojoje skerspjūvio srityje ir programa nutraukia skaičiavimą. Apkrauname siją ~5 kartus mažesniu lenkiamuoju momentu ir atliekame analizę:

$$M_{Ek} = 140 \text{ kNm.}$$

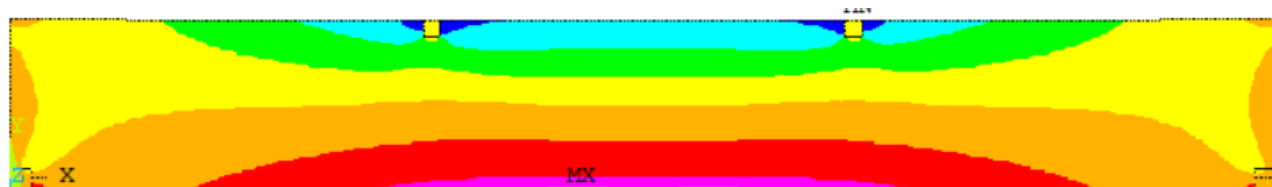
Siją veikiančios jėgos dydis:

$$F = \frac{M}{a} = \frac{140}{2,0} = 70 \text{ kN.}$$

Atlikus analizę, sprendinys konverguoja. Gauti rezultatai (gniuždomieji įtempiai bei deformacijos rašomos su minuso ženklu, tempiamosios su pliusu): neutraliosios linijos padėtis  $x_{top} = 0,394 \text{ m}$ , įtempiai skerspjūvio viršuje  $\sigma_{top} = -2,96 \text{ MPa}$ , deformacijos skerspjūvio viršuje  $\varepsilon_{top} = -0,120 \text{ ‰}$ , įtempiai skerspjūvio apačioje  $\sigma_{bot} = 1,44 \text{ MPa}$ , deformacijos skerspjūvio apačioje  $\varepsilon_{bot} = 0,117 \text{ ‰}$ , tempiamosios armatūros įtempiai  $\sigma_{st} = 20,7 \text{ MPa}$ , deformacijos tempiamojoje armatūroje  $\varepsilon_{st} = 0,103 \text{ ‰}$ . Pateikiamos įtempių bei deformacijų pasiskirstymas (41 – 42 pav.).



41 pav. Įtempių pasiskirstymas sijoje x ašies atžvilgiu



42 pav. Deformacijų pasiskirstymas sijoje x ašies atžvilgiu

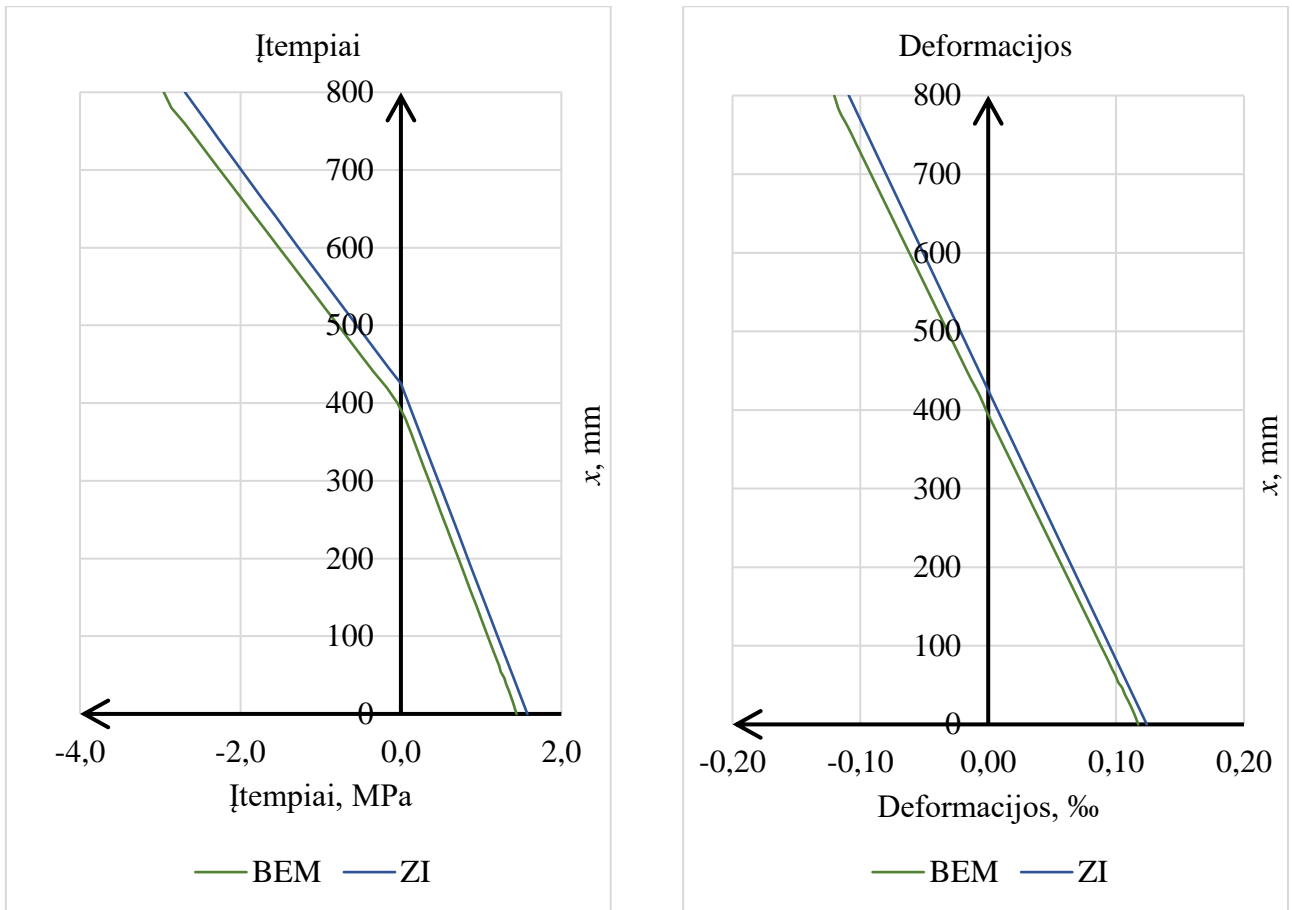
### Rezultatų palyginimas

Palyginame BEM gautus rezultatus su ZI metodu apskaičiuotais (43 pav.; 4 lentelė). Gniuždomieji įtempiai bei deformacijos rašomos su minuso ženklu, tempiamosios su pliuso.

4 lentelė. Rezultatų palyginimas tarp BEM ir ZI metodo

Metodas	$x_{top}$ , m	$\sigma_{top}$ , MPa	$\sigma_{bot}$ , MPa	$\varepsilon_{top}$ , ‰	$\varepsilon_{bot}$ , ‰	$\sigma_{st}$ , MPa	$\varepsilon_{st}$ , ‰
ZI	0,375	-2,70	1,58	-0,109	0,124	21,9	0,110
BEM	0,394	-2,96	1,44	-0,120	0,117	20,7	0,103

Palyginus neutraliosios linijos padėties reikšmes, gauta paklaida  $\Delta_{x,top} = 5,07\%$ , tarp gniuždomųjų įtempių –  $\Delta_{\sigma,top} = 9,63\%$ , tarp gniuždomųjų deformacijų –  $\Delta_{\varepsilon,top} = 10,09\%$ , tarp tempiamųjų įtempių –  $\Delta_{\sigma,bot} = 8,86\%$ , tarp tempiamųjų deformacijų –  $\Delta_{\varepsilon,bot} = 5,65\%$ , tarp tempiamosios armatūros įtempių –  $\Delta_{\sigma,st} = 5,48\%$ , tarp tempiamosios armatūros deformacijų –  $\Delta_{\varepsilon,st} = 6,36\%$ .



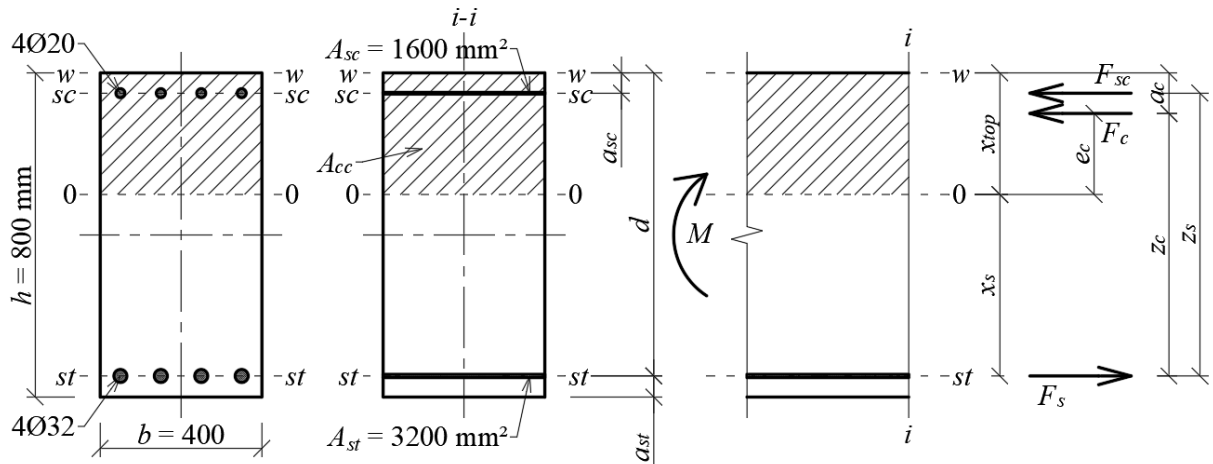
43 pav. Įtempių ir deformacijų pasiskirstymo sijos normaliniame pjūvyje palyginimas tarp ZI metodo ir BEM

Kaip matome iš rezultatų (4 lentelė; 43 pav.), paklaidos susidarė reikšmingos. Skirtumas tarp tempiamosios srities ir gniuždomosios srities rodiklių yra panašus. Bendrasis įtempių bei deformacijų pasiskirstymas sijos normaliniame pjūvyje tiek ZI metode, tiek BEM yra panašūs. Paklaidos atsirado dėl to, jog ZI metode lenkiamasis momentas žinomas tiksliai nuo pat pradžių, o BEM lenkiamasis momentas gaunamas taikant idealizuotą vienmatį sijos modelį. Taikant dvimatį sijos modelį vietinės deformacijos atramose bei jėgų pridėjimo vietose sunaudojo daugiau energijos, nei idealizuotame vienmačiame modelyje, dėl ko atsirado skirtumas deformacijose, įtempiuose ir galiausiai – lenkiamajame momente.

### 3.6. Lenkiamosios gelžbetoninės sijos su tempiamąją bei gniuždomąją armatūra skaičiavimas, kai tempiamosios srities betonas nevertinamas

Pasiimame paskutiniame uždavinyje nagrinėtą siją ir pridėdame armatūrą gniuždomojoje skerspjūvio srityje (44 pav.). Sijos aukštis 800 mm, plotis 400 mm. Siją armuojama tempiamojoje skerspjūvio srityje 4Ø32 ir gniuždomojoje skerspjūvio srityje 4Ø22. Tempiamosios armatūros plotas  $A_{st} = 3200 \text{ mm}^2$ , gniuždomosios armatūros plotas  $A_{sc} = 1600 \text{ mm}^2$ . Apsauginis betono sluoksnis nuo tempiamosios armatūros centro yra lygus  $a_{st} = 50 \text{ mm}$ , nuo gniuždomosios armatūros centro –

$a_{sc} = 50$  mm. Betono klasė – C25/30, armatūros klasė – S400. Siją veikiančio lenkiamojo momento charakteristinė reikšmė yra 800 kNm. Reikia nustatyti sijos statmenojio pjūvio mechaninio būvio rodiklius.



44 pav. Nagrinėjamos sijos statmenojio pjūvio skaičiuojamoji schema

Duomenys apie medžiagas. Betono C25/30 techniniai rodikliai:

$$f_{ck} = 25 \text{ MPa}; \quad f_{cm} = 33 \text{ MPa};$$

$$E_{cm} = 31,5 \text{ GPa}; \quad E_c = 33,1 \text{ GPa};$$

$$\varepsilon_{c1} = 2,069 \text{ ‰}; \quad \nu_{c1} = 0,482 ;$$

$$c_1 = -0,552; \quad c_2 = 0,035;$$

$$f_{ctk,0,05} = 1,79 \text{ MPa}; \quad f_{ctm} = 2,56 \text{ MPa};$$

$$\varepsilon_{ct1} = 0,1605 \text{ ‰}; \quad \nu_{ct} = 0,500 .$$

Armatūros S400 techniniai rodikliai:

$$f_{yk} = 400 \text{ MPa}; \quad E_s = 200 \text{ GPa}; \quad \varepsilon_{yk} = 2,00 \text{ ‰}; \quad \nu_s = 1,00 .$$

### Skaičiavimas ZI metodu

Skaičiavimams naudojamos dvi pusiausvyros lygtys – jėgų projekcijų ir lenkimo momentų aplink tempiamosios armatūros ašį  $st-st$  (25):

$$\begin{cases} \sum F = 0 \Rightarrow F_{st} - F_{ck} - F_{sc} = 0; \\ \sum M_0 = 0 \Rightarrow F_{ck} \cdot z_c + F_{sc} \cdot z_s - M_{Ek} . \end{cases}$$

Skerspjūvio gniuždomosios srities atstojamoji jėga  $F_{ck}$  (38). Tempiamosios ir gniuždomosios armatūrų atstojamosios jėgos priėmus *gausaus* armavimo atvejį yra lygios (18) ir (19).

Skaičiavimas atliekamas nuoseklus artėjimo būdu. Skaičiavimai atlikti *Maple* programine įranga ir pateikti priede Nr. 5. Atlikus penkis skaičiavimo ciklus gauta paklaida lygi –  $\Delta_5 = 0,001 \text{ ‰}$ . Gauti rezultatai (gniuždomieji įtempiai bei deformacijos rašomos su minuso ženklu, tempiamosios su pliusu): neutraliosios linijos padėtis  $x_{top} = 0,246$  m, atstumas tarp betono gniuždomosios srities

atstojamosios jėgos  $F_c$  ir tempiamosios armatūros centro  $z_c = 0,664$  m, įtempiai skerspjūvio viršuje  $\sigma_{top} = -17,68$  MPa, deformacijos skerspjūvio viršuje  $\epsilon_{top} = -0,911$  ‰, tempiamosios armatūros įtempiai  $\sigma_{st} = 373$  MPa, deformacijos tempiamojoje armatūroje  $\epsilon_{st} = 1,863$  ‰, gniuždomosios armatūros įtempiai  $\sigma_{sc} = -145$  MPa, deformacijos gniuždomojoje armatūroje  $\epsilon_{sc} = -0,726$  ‰.

### Skaičiavimas STR metodu

Apskaičiuojamas santykinis gniuždomosios srities aukštis pagal (26) formulę:

$$\xi_{STR} = 0,264$$

Apskaičiuojami koeficientai:

$$\delta = 0,142; \quad \varphi_f = 0,038; \quad \lambda = 0,035;$$

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cm}} = \frac{200}{31,5} = 6,35.$$

Apskaičiuojamas atstumas tarp tempiamosios armatūros masės centro ir gniuždomosios skerspjūvio srities atstojamosios taikant (30) formulę:

$$z_{STR} = 0,657 \text{ m.}$$

Apskaičiuojamas gniuždomosios srities aukštis:

$$x_{eff} = \xi_{STR} \cdot d = 0,264 \cdot 0,750 = 0,198 \text{ m.}$$

Apskaičiuojama betono gniuždomoji deformacija bei įtempiai skerspjūvio viršutinėje kraštinėje pagal (31) ir (32) formules:

$$\epsilon_{c,STR} = 1,083 \text{ ‰}; \quad \sigma_{c,STR} = 15,35 \text{ MPa.}$$

Apskaičiuojama tempiamosios armatūros deformacija ir įtempiai taikant išraiškas (33) ir (34):

$$\epsilon_{st,STR} = 1,903 \text{ ‰}; \quad \sigma_{st,STR} = 381 \text{ MPa.}$$

Apskaičiuojama neutraliosios linijos padėtis pagal formulę (35):

$$x_{top,STR} = 0,272 \text{ m.}$$

Apskaičiuojama gniuždomosios armatūros deformacija ir įtempiai taikant formules (36) ir (37):

$$\epsilon_{sc,STR} = 0,884 \text{ ‰}; \quad \sigma_{sc,STR} = 176,7 \text{ MPa.}$$

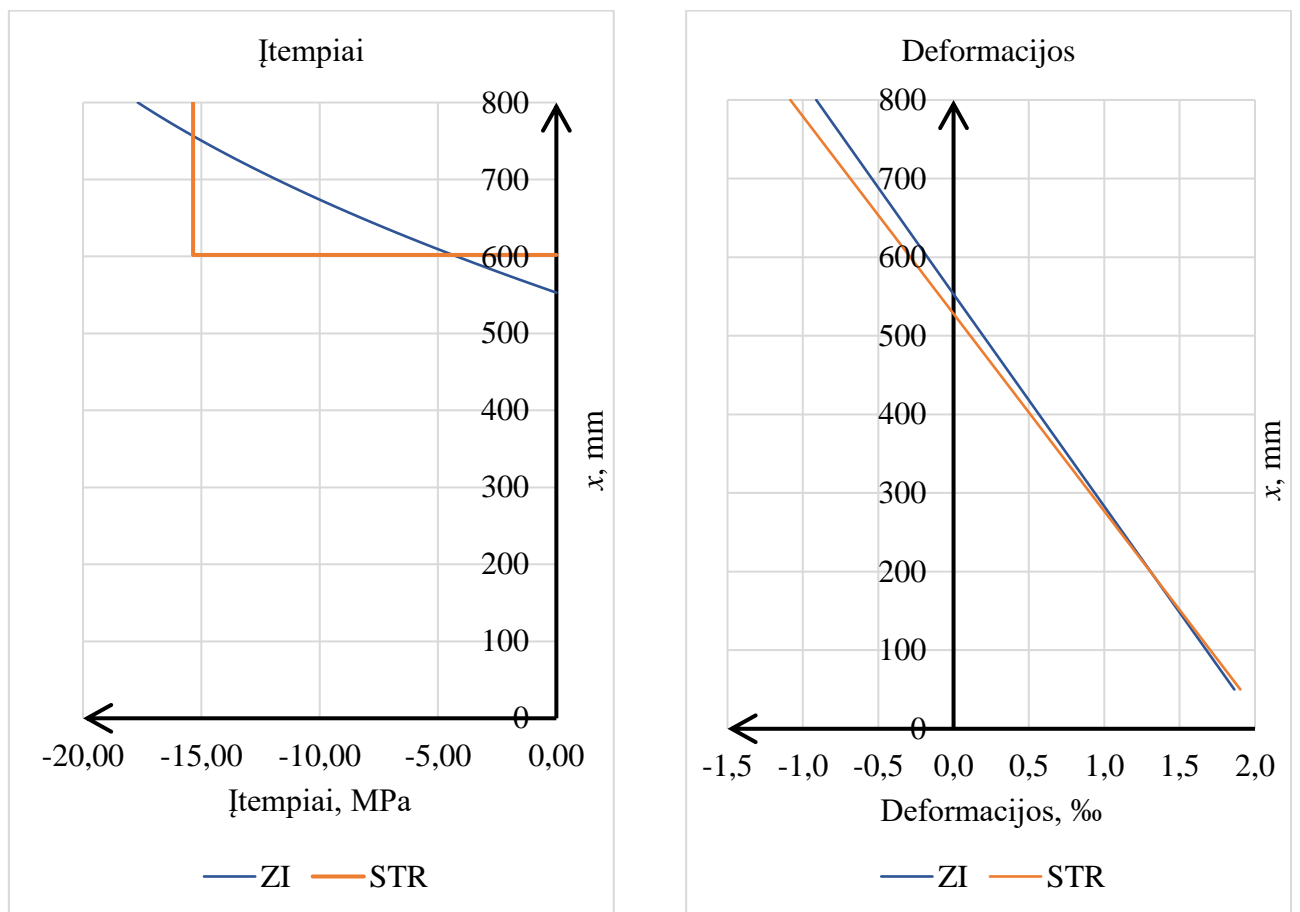
Gauti rezultatai (gniuždomieji įtempiai bei deformacijos rašomos su minuso ženklu, tempiamosios su pliuso): neutraliosios linijos padėtis  $x_{top,STR} = 0,272$  m, atstumas tarp betono gniuždomosios srities atstojamosios jėgos  $F_c$  ir tempiamosios armatūros centro  $z_{c,STR} = 0,657$  m, įtempiai skerspjūvio viršuje  $\sigma_{c,STR} = -15,35$  MPa, deformacijos skerspjūvio viršuje  $\epsilon_{c,STR} = -1,083$  ‰, tempiamosios armatūros įtempiai  $\sigma_{st,STR} = 381$  MPa, deformacijos tempiamojoje armatūroje  $\epsilon_{st,STR} = 1,903$  ‰, gniuždomosios armatūros įtempiai  $\sigma_{sc,STR} = -176,7$  MPa, deformacijos gniuždomojoje armatūroje  $\epsilon_{sc,STR} = -0,884$  ‰.

### Rezultatų palyginimas

Lyginame rezultatus tarp STR ir ZI metodų (45 pav.; 5 lentelė). Gniuždomieji įtempiai bei deformacijos rašomos su minuso ženklu, tempiamosios su pliuso.

5 lentelė. Lenkiamosios gelžbetoninės sijos armuotos tempiamojoje ir gniuždomojoje skerspjūvio srityse rezultatų palyginimas tarp STR ir ZI metodų

Metodas	$x_{top}$ , m	$z_c$ , m	$\sigma_c$ , MPa	$\varepsilon_{top}$ , ‰	$\sigma_{st}$ , MPa	$\varepsilon_{st}$ , ‰	$\sigma_{sc}$ , MPa	$\varepsilon_{sc}$ , ‰
ZI	0,246	0,664	-17,68	-0,911	373	1,863	-145,2	-0,726
STR	0,272	0,657	-15,35	-1,083	381	1,903	-176,7	-0,884



45 pav. Įtempių bei deformacijų pasiskirstymo normaliniame sijos pjūvyje palyginimas tarp ZI ir STR metodų

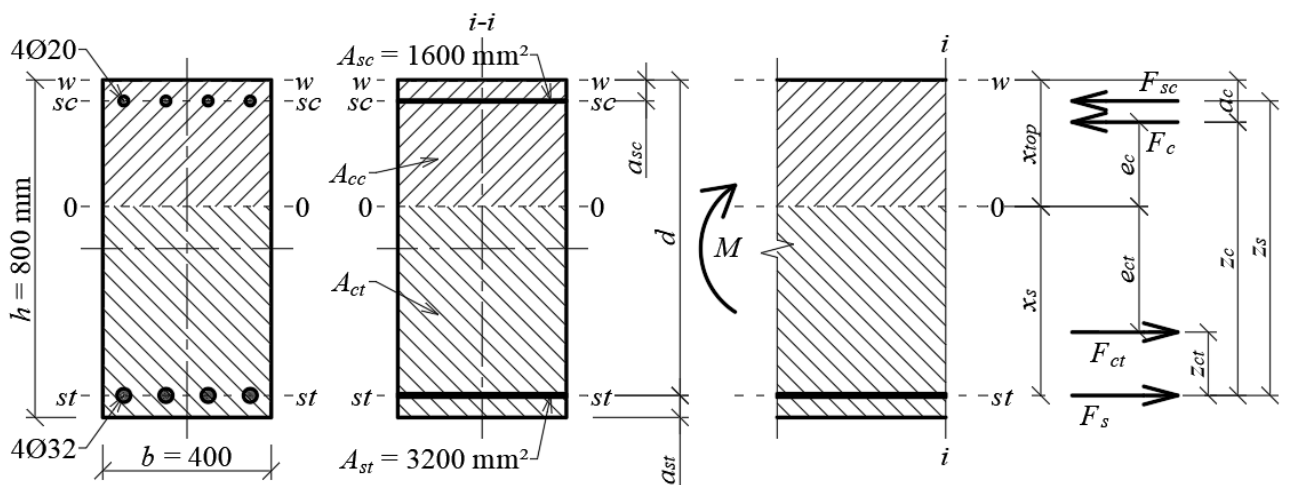
Palyginus neutraliosios linijos padėties reikšmes, gauta paklaida  $\Delta_{x,top} = 10,57\%$ , atstumą tarp skerspjūvio gniuždomosios srities atstojamosios jėgos ir tempiamosios armatūros centro –  $\Delta_{x,top} = 1,05\%$ , tarp gniuždomųjų įtempių –  $\Delta_{\sigma,top} = 13,18\%$ , tarp gniuždomųjų deformacijų –  $\Delta_{\varepsilon,top} = 18,88\%$ , tarp tempiamosios armatūros įtempių –  $\Delta_{\sigma,st} = 2,14\%$ , tarp tempiamosios armatūros deformacijų –  $\Delta_{\varepsilon,st} = 2,15\%$ , tarp gniuždomosios armatūros įtempių –  $\Delta_{\sigma,sc} = 21,7\%$ , tarp gniuždomosios armatūros deformacijų –  $\Delta_{\varepsilon,sc} = 21,8\%$ .

Kaip matome iš rezultatų reikšminga paklaida atsirado tarp skerspjūvio neutraliosios linijos padėties, gniuždomųjų deformacijų skerspjūvio viršutinėje kraštinėje ir gniuždomosios armatūros įtempių bei deformacijų. Paklaidos atsirado dėl to, jog STR skerspjūvio gniuždomosios srities aukštis yra nustatomas naudojant koeficientus bei skerspjūvio gniuždomųjų įtempių pasiskirstymas yra stačiakampio formos. ZI metode įtempiai, deformacijos ir skerspjūvio neutraliosios linijos padėtis yra gaunama naudojant netiesinę, artimą tikrajai betono medžiagai, įtempių-deformacijų priklausomybę.

### 3.7. Lenkiamosios gelžbetoninės sijos su tempiamąją

#### bei gniuždomąją armatūra skaičiavimas, kai tempiamosios srities betonas vertinamas

Turime gelžbetoninę siją (46 pav.) nagrinėta prieš tai skyriuje, tik šiame uždavinyje atsiranda papildoma atstojamoji jėga – tempiamosios srities betono  $F_{ct}$ . Sijos aukštis 800 mm, plotis 400 mm, sija armuojama tempiamojoje skerspjūvio srityje  $4\text{Ø}32$  mm, armatūros skerspjūvio plotas  $A_{st} = 3200 \text{ mm}^2$ , gniuždomojoje skerspjūvio srityje armuojama  $4\text{Ø}20$  mm, armatūros skerspjūvio plotas,  $A_{sc} = 1600 \text{ mm}^2$ . Armatūros apsauginis betono sluoksnis (iki armatūros centro),  $a_{st} = 50$  mm,  $a_{sc} = 50$  mm. Betono klasė C25/30, armatūros plieno klasė S400. Siją veikiančio lenkiamojo momento charakteristinė reikšmė lygi 800 kNm. Reikia nustatyti sijos statmenojų pjūvio mechaninio būvio rodiklius.



46 pav. Nagrinėjamos sijos statmenojų pjūvio skaičiuojamoji schema

Duomenys apie medžiagas. Betono C25/30 techniniai rodikliai:

$$f_{ck} = 25 \text{ MPa}; \quad f_{cm} = 33 \text{ MPa};$$

$$E_{cm} = 31,5 \text{ GPa}; \quad E_c = 33,1 \text{ GPa};$$

$$\varepsilon_{c1} = 2,069 \text{ ‰}; \quad \nu_{c1} = 0,482;$$

$$c_1 = -0,552; \quad c_2 = 0,035;$$

$$f_{ctk,0,05} = 1,79 \text{ MPa}; \quad f_{ctm} = 2,56 \text{ MPa};$$

$$\varepsilon_{ct1} = 0,1605 \text{‰}; \quad v_{ct} = 0,500.$$

Armatūros S400 techniniai rodikliai:

$$f_{yk} = 400 \text{ MPa}; \quad E_s = 200 \text{ GPa}; \quad \varepsilon_{yk} = 2,00 \text{‰}; \quad v_s = 1,00.$$

### Skaičiavimas ZI metodu

Skaičiavimams naudojamos dvi pusiausvyros lygtys – jėgų projekcijų ir lenkimo momentų aplink tempiamosios armatūros ašį *st-st* (25):

$$\begin{cases} \sum F = 0 \Rightarrow F_{st} + -F_{ctk} - F_{ck} - F_{sc} = 0; \\ \sum M_0 = 0 \Rightarrow F_{ck} \cdot z_c + F_{sc} \cdot z_s - F_{ctk} \cdot z_{ct} - M_{Ek}. \end{cases}$$

Skerspjūvio gniuždomosios srities atstojamoji jėga  $F_{ck}$  (38), tempiamosios srities atstojamoji jėga  $F_{ctk}$  (39). Tempiamosios ir gniuždomosios armatūrų atstojamosios jėgos priėmus *gausaus* armavimo atvejį yra lygios (18) ir (19).

Atliekant skaičiavimus *Maple* programine įranga, skerspjūvio tempiamojoje srityje susidarantys įtempiai bei deformacijos, viršija ribines reikšmes. Atsižvelgiant į prielaidas, skaičiavimai atliekami skerspjūviams iki plyšių atsiradimo momento, todėl atliekamas naujas skaičiavimas sumažinus apkrovą. Sija veikiantis lenkimo momentas sumažinamas ~5 kartus:

$$M_{Ek} = 140 \text{ kNm}.$$

Skaičiavimai atlikti *Maple* programine įranga ir pateikti priede Nr. 6. Atlikus penkis skaičiavimo ciklus gauta paklaida lygi  $\Delta_5 = 0 \text{ ‰}$ . Gauti rezultatai (gniuždomieji įtempiai bei deformacijos rašomos su minuso ženklu, tempiamosios su pliuso): neutraliosios linijos padėtis  $x_{top} = 0,359 \text{ m}$ , atstumas tarp betono gniuždomosios srities atstojamosios jėgos  $F_c$  ir tempiamosios armatūros centro  $z_c = 0,630 \text{ m}$ , įtempiai skerspjūvio viršuje  $\sigma_{top} = -2,38 \text{ MPa}$ , deformacijos skerspjūvio viršuje  $\varepsilon_{top} = -0,096 \text{ ‰}$ , įtempiai skerspjūvio apačioje  $\sigma_{bot} = 1,50 \text{ MPa}$ , deformacijos skerspjūvio apačioje  $\varepsilon_{bot} = 0,118 \text{ ‰}$ , tempiamosios armatūros įtempiai  $\sigma_{st} = 20,9 \text{ MPa}$ , deformacijos tempiamojoje armatūroje  $\varepsilon_{st} = 0,105 \text{ ‰}$ , gniuždomosios armatūros įtempiai  $\sigma_{sc} = -16,55 \text{ MPa}$ , deformacijos gniuždomojoje armatūroje  $\varepsilon_{sc} = -0,083 \text{ ‰}$ .

### Skaičiavimas BEM

Pirmiausia atliekami skaičiavimai kai lenkimo momentas  $M_{Ek} = 800 \text{ kNm}$ . Sijos skaičiuojamoji schema priimama tokia pati kaip ir 3.5 skyriuje (38 pav.). Sijos betono ir plieno įtempių-deformacijų priklausomybės priimamos tokios pat kaip ir 3.5 skyriuje.

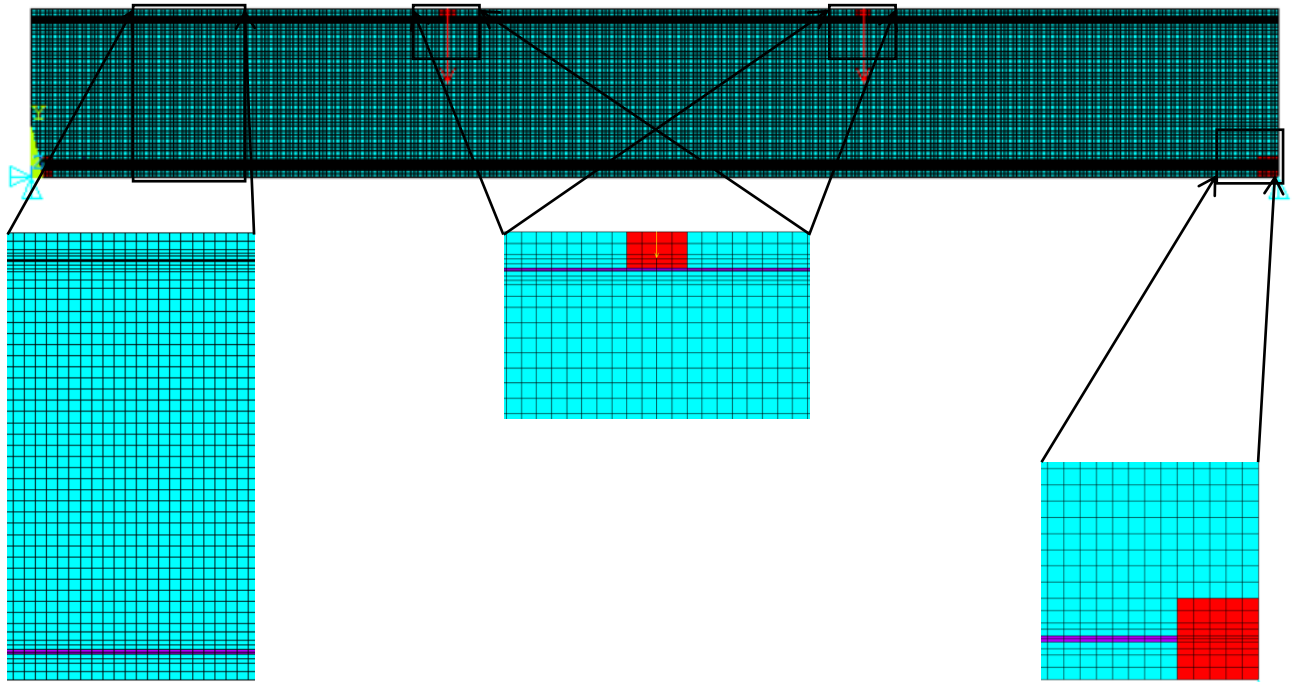
Armatūra modeliuojama kaip pastovaus aukščio, per visą elemento plotį besitęsiantis sluoksnis. Tempiamos armatūros sluoksnio aukštis:

$$h_{ast} = \frac{A_{st}}{b} = \frac{3200}{400} = 8,0 \text{ mm}.$$

Gniuždomos armatūros sluoksnio aukštis:

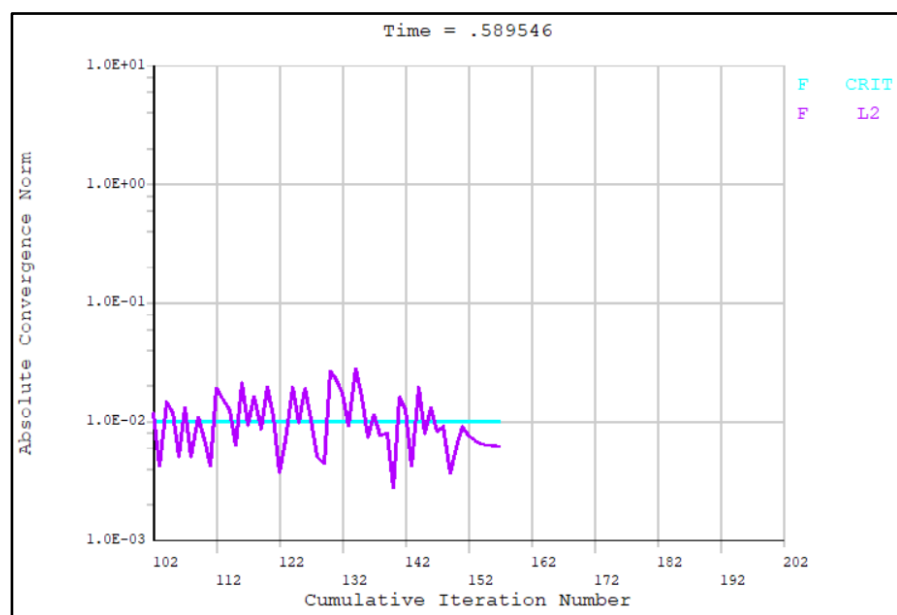
$$h_{asc} = \frac{A_{sc}}{b} = \frac{1600}{400} = 4,0 \text{ mm.}$$

Sija modeliuojama stačiakampiais baigtiniais elementais elemento plotis 20 mm, aukštis varijuoja – aplink armatūrą elementai sutankinami, likusioje sijos dalyje – pastovūs. Žiūrint nuo sijos apačios elementai išsidėstę taip: 2×15 mm; 2×8 mm; 2×4 mm; 2×8 mm; 2×15 mm; 30×20 mm. Baigtinių elementų modelį sudaro: 15953 mazgai ir 15891 baigtiniai elementai (47 pav.).



47 pav. Sijos BE tinklas

Atlikus skaičiavimus, sprendinys nekonverguoja (48 pav.), t. y. programa rezultato neduoda.



48 pav. Konvergavimo grafikas

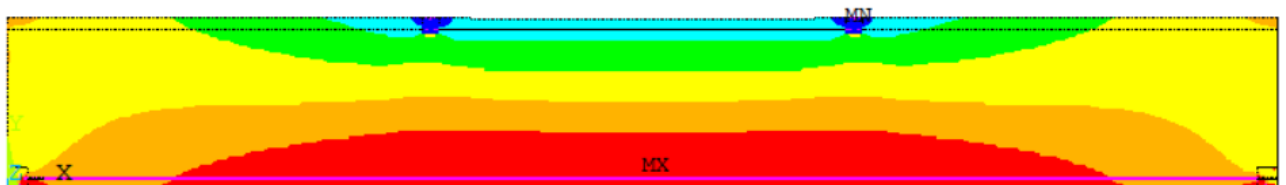
Rezultato nepavyksta gauti dėl tos pačios priežasties kaip ir skaičiuojant ZI metodu ir kaip nagrinėjant siją su tempiamąją armatūra (3.5 skyrius). Apkrovus siją lenkiamuoju momentu, kuris yra lygus 800 kNm sijos gniuždomojoje srityje susidaro įtempiai bei deformacijos artimos ribinėms reikšmėms (~80 % ribinės reikšmės), o tempiamojoje srityje susidaro įtempiai ir deformacijos viršijančios ribines reikšmes, dėl ko turi pradėti vystytis plyšiai. Programoje plyšių atsiradimo galimybės užduoti nepavyksta, dėl ko susidaro per didelės plastinės deformacijos tempiamojoje skerspjūvio srityje ir programa nutraukia skaičiavimą. Apkrauname siją ~5 kartus mažesniu lenkiamuoju momentu ir atliekame analizę:

$$M_{Ek} = 140 \text{ kNm.}$$

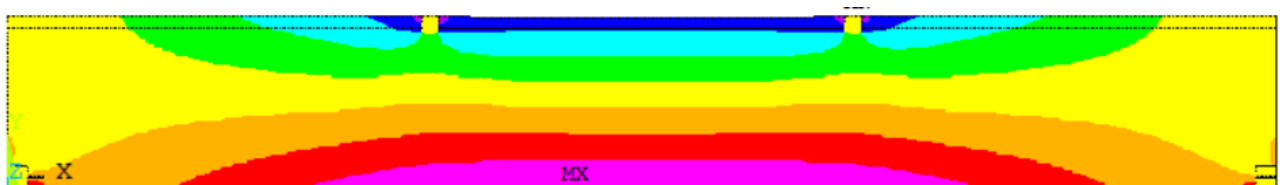
Siją veikiančios jėgos dydis:

$$F = \frac{M}{a} = \frac{140}{2,0} = 70 \text{ kN.}$$

Atlikus analizę, sprendinys konverguoja. Gauti rezultatai (gniuždomieji įtempiai bei deformacijos rašomos su minuso ženklu, tempiamosios su pliuso): neutraliosios linijos padėtis  $x_{top} = 0,408 \text{ m}$ , įtempiai skerspjūvio viršuje  $\sigma_{top} = -2,70 \text{ MPa}$ , deformacijos skerspjūvio viršuje  $\varepsilon_{top} = -0,110 \text{ ‰}$ , įtempiai skerspjūvio apačioje  $\sigma_{bot} = 1,39 \text{ MPa}$ , deformacijos skerspjūvio apačioje  $\varepsilon_{bot} = 0,113 \text{ ‰}$ , tempiamosios armatūros įtempiai  $\sigma_{st} = 20,0 \text{ MPa}$ , deformacijos tempiamojoje armatūroje  $\varepsilon_{st} = 0,100 \text{ ‰}$ , gniuždomosios armatūros įtempiai  $\sigma_{st} = -19,13 \text{ MPa}$ , deformacijos gniuždomojoje armatūroje  $\varepsilon_{st} = -0,096 \text{ ‰}$ . Pateikiamos įtempių bei deformacijų pasiskirstymas (49 – 50 pav.).



49 pav. Įtempių pasiskirstymas sijoje  $x$  ašies atžvilgiu



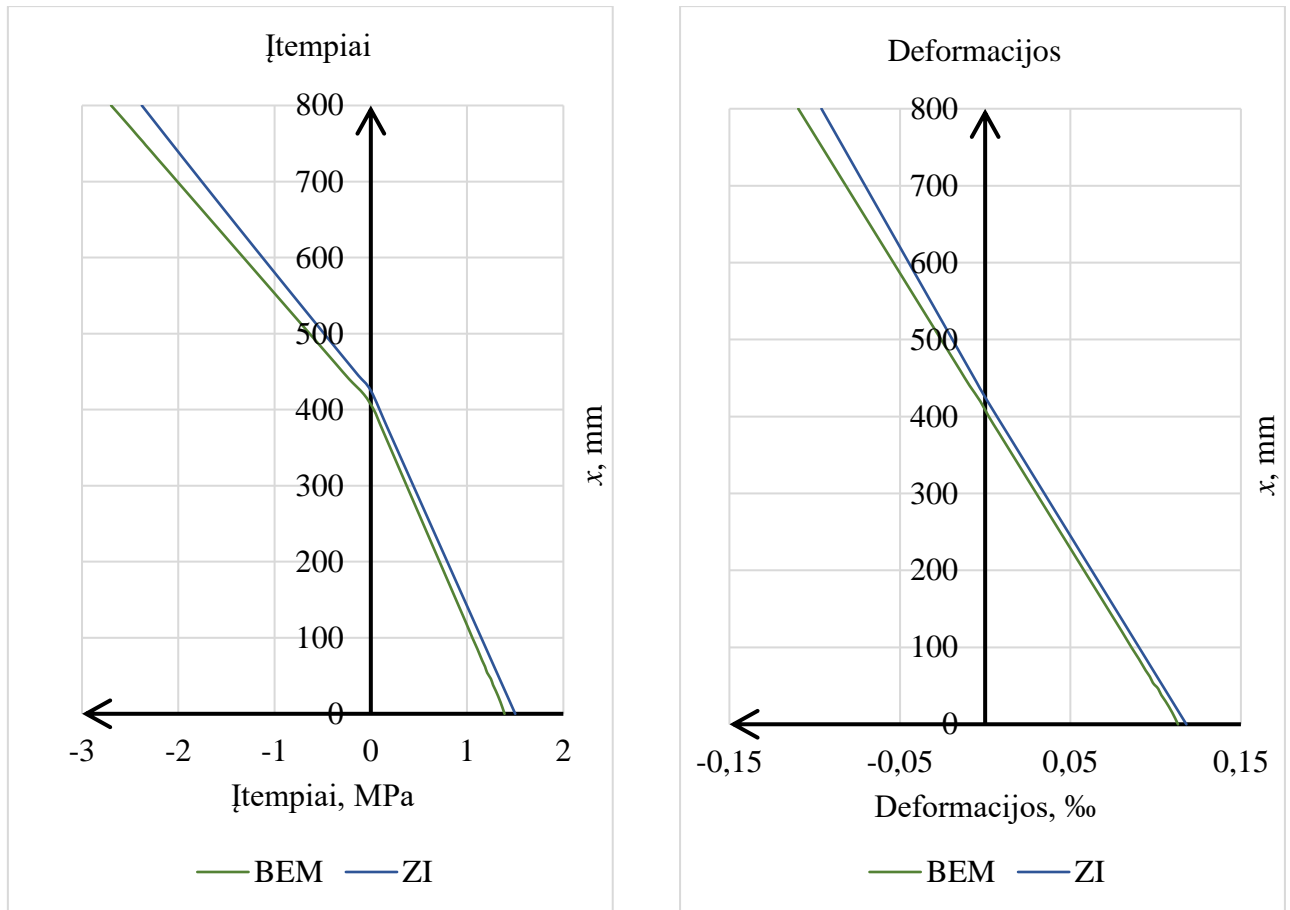
50 pav. Deformacijų pasiskirstymas sijoje  $x$  ašies atžvilgiu

### Rezultatų palyginimas

Palyginame BEM gautus rezultatus su ZI metodu apskaičiuotais (51 pav.; 6 lentelė). Gniuždomieji įtempiai bei deformacijos rašomos su minuso ženklu, tempiamosios su pliuso.

6 lentelė. Rezultatų palyginimas tarp BEM ir ZI metodo

Metodas	$x_{top}$ , m	$\sigma_{top}$ , MPa	$\sigma_{bot}$ , MPa	$\varepsilon_{top}$ , ‰	$\varepsilon_{bot}$ , ‰	$\sigma_{st}$ , MPa	$\varepsilon_{st}$ , ‰	$\sigma_{sc}$ , MPa	$\varepsilon_{sc}$ , ‰
ZI	0,359	-2,38	1,50	-0,096	0,118	20,9	0,105	-16,55	-0,083
BEM	0,408	-2,70	1,39	-0,110	0,113	20,0	0,100	-19,13	-0,096



51 pav. Įtempių ir deformacijų pasiskirstymo sijos normaliniame pjūvyje palyginimas tarp ZI metodo ir BEM

Palyginus neutraliosios linijos padėties reikšmes, gauta paklaida  $\Delta_{x,top} = 13,65 \%$ , tarp gniuždomųjų įtempių –  $\Delta_{\sigma,top} = 13,44 \%$ , tarp gniuždomųjų deformacijų –  $\Delta_{\varepsilon,top} = 14,58 \%$ , tarp tempiamųjų įtempių –  $\Delta_{\sigma,bot} = 7,33 \%$ , tarp tempiamųjų deformacijų –  $\Delta_{\varepsilon,bot} = 4,24 \%$ , tarp tempiamosios armatūros įtempių –  $\Delta_{\sigma,st} = 4,31 \%$ , tarp tempiamosios armatūros deformacijų –  $\Delta_{\varepsilon,st} = 4,76 \%$ , tarp gniuždomosios armatūros įtempių –  $\Delta_{\sigma,sc} = 15,59 \%$ , tarp gniuždomosios armatūros deformacijų –  $\Delta_{\varepsilon,sc} = 15,66 \%$ .

Kaip matome iš rezultatų (6 lentelė; 51 pav.), paklaidos susidarė reikšmingesnės skerspjūvio gniuždomojoje srityje, lyginant su vienpusiu armavimu (3.5 skyrius). Atsižvelgiant bendrąjį įtempių bei deformacijų pasiskirstymą (51 pav.), jis yra panašus tiek ZI metode, tiek BEM. Paklaidos atsirado dėl to, jog ZI metode lenkiamasis momentas žinomas tiksliai nuo pat pradžių, o BEM lenkiamasis

momentas gaunamas taikant idealizuotą vienmatį sijos modelį. Taikant dvimatį sijos modelį vietinės deformacijos atramose bei jėgų pridėjimo vietose sunaudojo daugiau energijos, nei idealizuotame vienmačiame modelyje, dėl ko atsirado skirtumas deformacijose, įtempiuose ir galiausiai – lenkiamajame momente.

### 3.8. Lenkiamosios gelžbetoninės sijos su plyšiais modeliavimas BEM, rezultatų lyginimas su ZI metodu ir eksperimentiniais duomenimis

Buvo atliktas gelžbetoninės sijos eksperimentinis lenkimo bandymas. Bandymo metu nagrinėtos 3 grupės (7,8 ir 9) sijų. Bandymų metu nustatyti rodikliai – deformacijos skerspjūvio viršutinėje kraštinėje, deformacijos armatūroje bei sijos kreivis (7 lentelė).

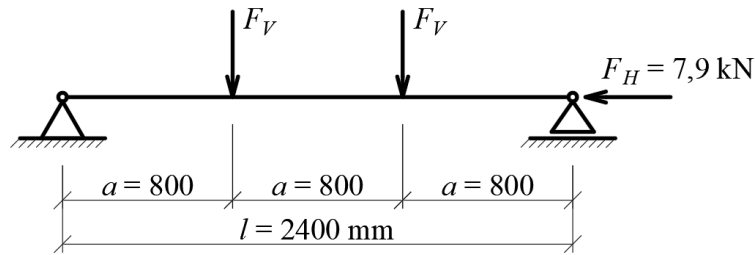
7 lentelė. Eksperimentinių bandymų nustatyti sijų mechaninio būvio rodikliai

Sijų grupė	$M$ , kNm	$\varepsilon_{top,test}$ , ‰	$\varepsilon_{st,test}$ , ‰	$\rho_{test}$ , m
7	8	-0,472	0,356	40,1
	14	-0,996	0,961	94,8
	22	-1,818	1,788	174,6
8	8	-0,363	0,327	32,9
	14	-0,705	0,945	78,8
	22	-1,400	1,982	161,4
9	8	-0,381	0,431	39,3
	14	-0,768	1,116	91,2
	22	-1,436	2,190	175,6

Skaičiavimus ZI metodu atliko ir parengė straipsnį prof. Michail Samofalov ir prof. Ipolitas Židonis (Samofalov, 2021). Tyrime buvo nagrinėti sijų skerspjūvio normaliniai pjūviai ties plyšiu ir tarp plyšių, apskaičiuoti mechaninio būvio parametrai, nustatyti gniuždomosios ir tempiamosios skerspjūvio sričių aukščiai, apskaičiuoti plyšių aukščiai. Rezultatai sulyginami su eksperimento metu gautais rezultatais. Pateikti korekcijos koeficientų reikšmės leidžiančios įvertinti armatūros plieno deformacijų nuokrypį nuo plokščiojo pjūvio.

Šiame tiriamajame darbe nagrinėjama 7 grupės sija. Sijos skerspjūvio matmenys – aukštis  $h = 244$  mm, plotis  $b = 112$  mm. Sijos ilgis  $l = 2,4$  m. Sija armuojama tempiamojame skerspjūvio srityje, armatūros skerspjūvio plotas  $A_{st} = 3,2$  cm<sup>2</sup>. Atlikus betono gniuždymo bandymą, nustatytas betono vidutinis gniuždomasis stipris  $f_{cm} = 25,6$  MPa ir ribinė deformacija  $\varepsilon_{c1} = 1,913$  ‰. Kiti betono parametrai:  $f_{ck} = 17,6$  MPa,  $E_{cm} = 29,2$  GPa,  $E_c = 30,6$  GPa. Atlikus armatūros plieno tempimo bandymą nustatytas armatūros takumo stipris  $f_y = 428$  MPa. Kiti armatūros plieno rodikliai:  $E_s = 205$  GPa,  $\varepsilon_y = 2,088$  ‰.

Sijos skaičiuojamoji schema – dviatramė (52 pav.).

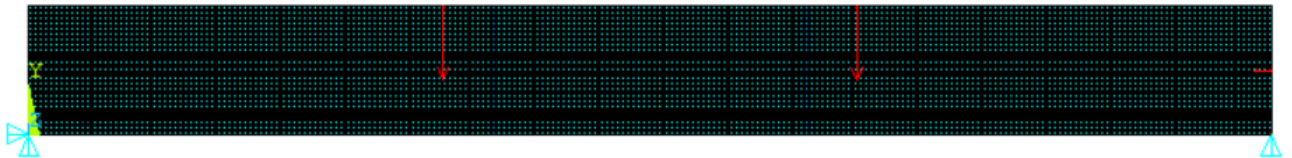


52 pav. Sijos skaičiuojamoji schema

Atliekamas sijos modeliavimas ir analize baigtinių elementų metodu. Siją apkraunama palaipsniui pradedant lenkiamuoju momentu  $M = 5$  kNm, baigiant elemento suirimo metu išmatuotu lenkiamuoju momentu  $M = 26$  kNm. Sudaromas 2D baigtinių elementų modelis (53 pav.). Sija dalinama stačiakampiais baigtiniais elementais – baigtinio elemento plotis 5 mm, aukštis varijuoja, ties armatūra baigtiniai elementai sutankinami, kitur – pastovūs, žiūrint nuo elemento viršaus baigtiniai elementai išsidėsto taip:  $18 \times 5$  mm;  $2 \times 3$  mm;  $2 \times 4$  mm;  $2 \times 5$  mm;  $2 \times 4$  mm;  $2 \times 6$  mm;  $13 \times 5$  mm;  $5 \times 3$  mm;  $6 \times 5$  mm (53 pav.). Iš viso modelį sudaro 25974 mazgai ir 25440 baigtiniai elementai.

Armatūra modeliuojama kaip vientisas, per visą elemento ilgį ir plotį besitęsiantis sluoksnis. Sluoksnio storis apskaičiuojamas pagal turimą sijos plotį ir armatūros plotą:

$$h_{st} = \frac{A_{st}}{b} = \frac{3,2 \cdot 10^2}{112} = 2,88 \approx 3,0 \text{ mm.}$$



53 pav. BEM sudarytas sijos baigtinių elementų tinklas

Sijoje atsižvelgiant į ZI metodu gautus rezultatus ir plyšių aukščius, modeliuojami plyšiai. Plyšiai užduodami panaudojant komandą „EKILL“, kuri atliekant skaičiavimus, eliminuoja atitinkamus elementus iš BE tinklo. Atstumas tarp plyšių priimamas  $\sim 0,60$  m. Toks atstumas priimamas siekiant išvengti vietinio deformavimo įtakos jėgų pridėjimo vietose bei, kad plyšiai būtų formuojami pastovaus lenkiamojo momento vietoje, t. y. tarp koncentruotų jėgų esančiame elemento ruože.

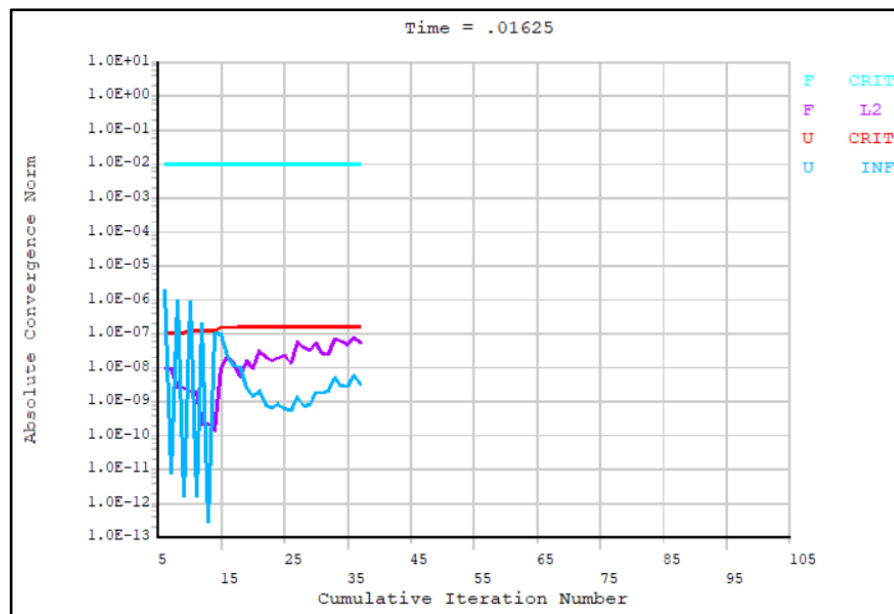
BEM gniuždomasis betonas aprašomas 3-iojo laipsnio polinomu pagal ZI metodą, vidutinį stiprį paimant bandymais išmatuotą  $f_{cm} = 25,6$  MPa. Tempiamasis betonas aprašomas taip pat kaip ir gniuždomasis betonas, tempiamąją ribinę deformaciją  $\epsilon_{ct1}$  priimant lygią gniuždomai ribinei

deformacijai  $\varepsilon_{c1}$  padauginantai iš vidutinių tempiamojo ir gniuždomojo betono stiprių santykių:

$$\varepsilon_{c1} = \varepsilon_{c1} \cdot \Delta_f; \quad \Delta_f = \frac{f_{ctm}}{f_{cm}}$$

Ties atramomis ir jėgų pridėjimo vietose modeliuojama dirbtinė sustandinta medžiaga, siekiant išvengti vietinių deformacijų. Armatūros plieno įtempių-deformacijų priklausomybė priimama bitiesinė, takumo įtempius priimant nustatytus iš bandymų  $f_y = 428$  MPa.

Atliekant analizę sprendinys nekonverguoja (54 pav.). Skaičiavimai buvo atlikti prie visų lenkiamųjų momentų ir visais atvejais sprendinio programa neduodavo.



54 pav. Konvergavimo grafikas, kai  $M = 26$  kNm

Buvo atlikta netiesinė diagnostika, kurios metu gaunamos Niutono – Rapsono liekamųjų jėgų diagramos. Šių liekamųjų jėgų paskirtis – parodyti kuriame arba kuriuose baigtiniuose elementuose nebėra pusiausvyros. Kaip matome iš diagramų (55 ir 56 pav.) sistemoje nebėra pusiausvyros elementuose tempiamojo skerspjuvio srityje aplink plyšius. To priežastis – per didelės plastinės deformacijos baigtiniuose elementuose.



55 pav. Niutono – Rapsono liekamųjų jėgų  $x$  ašies atžvilgiu diagrama



56 pav. Niutono – Rapsono liekamųjų jėgų  $y$  ašies atžvilgiu diagrama

Esant tokiam apkrovimui arti suirimo ribos arba besuyrant elementui, visa skerspjūvio tempiamoji sritis supleišėja, to programoje užduoti nepavyksta, taip pat nepavyksta užduoti plyšių atsiradimo galimybės, dėl ko plyšiai yra formuojami dirbtinai. Veikiant dideliems momentams, tempiamoji armatūra yra pasiekus takumo ribą, t. y. prasideda armatūros tekėjimas. Esant realioms sąlygoms tarp betono ir armatūros atsiranda praslydimas, o BEM betonas ir armatūra yra sukabinama mazgais ir praslydimo galimybės užduoti nepavyksta, todėl armatūrai deformuojantis, kartu su ja deformuojasi ir tempiamasis betonas ir atsiranda neleistinos plastinės deformacijos.

Bandant atrasti sprendinį buvo bandyta daug įvairiausių variantų koreguojant modelį keičiant BE tinklą, apkrovas keičiant poslinkiais, plyšius formuojant ištrinant atitinkamus BE, panaikinant tempiamąją skerspjūvio sritį ištrinant atitinkamus elementus iki armatūros, imituojant betono supleišėjimą ir kt, tačiau sprendinio gauti nepavyko.

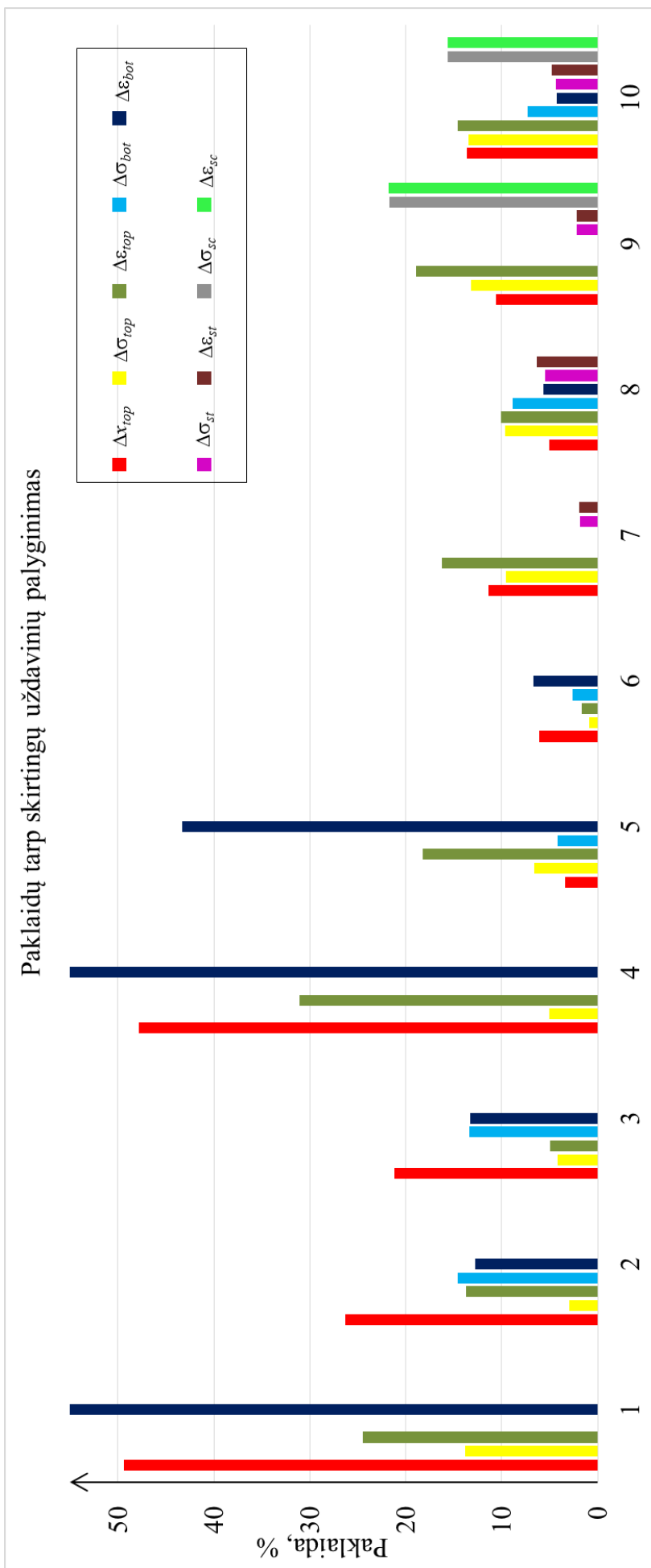
### 3.9. Veiksmingumo patikros išvados

Šiame skyriuje atlikti betoninių ir gelžbetoninių, įvairiai armuotų skerspjūvių mechaninio būvio tyrimai. Paklaidų palyginimas tarp skirtingų uždavinių pateiktas grafiškai (57 pav.).

Atlikus veiksmingumo patikrą didesni skirtumai atsirado lyginant rezultatus su STR metodu (1, 2, 3 lentelės, 31, 34, 36, 45 pav.) bei tampriuoju uždaviniu (1-2 lentelės, 31, 34 pav.). Skirtumai atsirado, nes STR mechaninio būvio parametrai apskaičiuojami panaudojant koeficientus aprašančius medžiagų savybes bei kitus rodiklius ir imamus iš lentelių, o ZI metode – panaudojant vientisą skaičiavimo metodiką. STR yra panaudojamas stačiakampio formos įtempių pasiskirstymas, tampriojo uždavinio atveju, įtempiai aprašomi tiesine priklausomybe, o ZI metode – netiesine priklausomybe. Taip pat STR nėra pateiktos vientisos metodikos nagrinėjant betoninių elementų mechaninio būvio parametrus, dėl ko taip pat galėjo atsirasti didesni skirtumai.

Lyginant su BEM (1, 2, 4, 6 lentelės, 31, 34, 43, 51 pav.) paklaidos susidarė mažesnės, tačiau vis tiek matomas skirtumas. To priežastis – ZI metode lenkiamasis momentas užsiduodamas, o BEM gaunamas panaudojant idealizuotą 1D sijos skaičiuojamąją schemą ir nagrinėjant uždavinį 2D baigtiniais elementais, deformacijos atramose bei jėgų pridėjimo vietose sunaudoja dalį energijos ir paveikia įtempių bei deformacijų pasiskirstymą skerspjūvyje.

Nagrinėjant gelžbetoninį elementą su plyšiais tempiamajoje skerspjūvio srityje, taikant BEM programinę įrangą ANSYS, galutinio rezultato gauti nepavyko, programa analizės metu nekonvergavo. Atlikus netiesinės analizės diagnostiką, nustatyta, kad nepusiausvira atsiranda tempiamajoje skerspjūvio srityje, dėl susidariusių per didelių plastinių deformacijų. Siekiant gauti rezultatą, buvo bandyta koreguoti modelį, keisti BE tinklą, apkrovų tipus, naudoti kitus medžiagų modelius bei analizės metodus.



57 pav. Paklaidų tarp mechaninio būvio rodiklių palyginimas tarp skirtingų uždavinių

1 - gniuždomas betoninis skerspjūvis ZI / STR; 2 - gniuždomas betoninis skerspjūvis ZI / TU; 3 - gniuždomas betoninis skerspjūvis ZI / BEM; 4 - gniuždomas betoninis skerspjūvis su padidintu ekscentricitetu ZI / STR; 5 - gniuždomas betoninis skerspjūvis su padidintu ekscentricitetu ZI / TU; 6 - gniuždomas betoninis skerspjūvis su padidintu ekscentricitetu ZI / BEM; 7 - lenkiamas gelžbetoninis skerspjūvis su tempiamąją armatūra ZI / STR; 8 - lenkiamas gelžbetoninis skerspjūvis su tempiamąją armatūra ZI / BEM; 9 - lenkiamas gelžbetoninis skerspjūvis su tempiamąją ir gniuždomąją armatūra ZI / STR; 10 - lenkiamas gelžbetoninis skerspjūvis su tempiamąją ir gniuždomąją armatūra ZI / BEM.

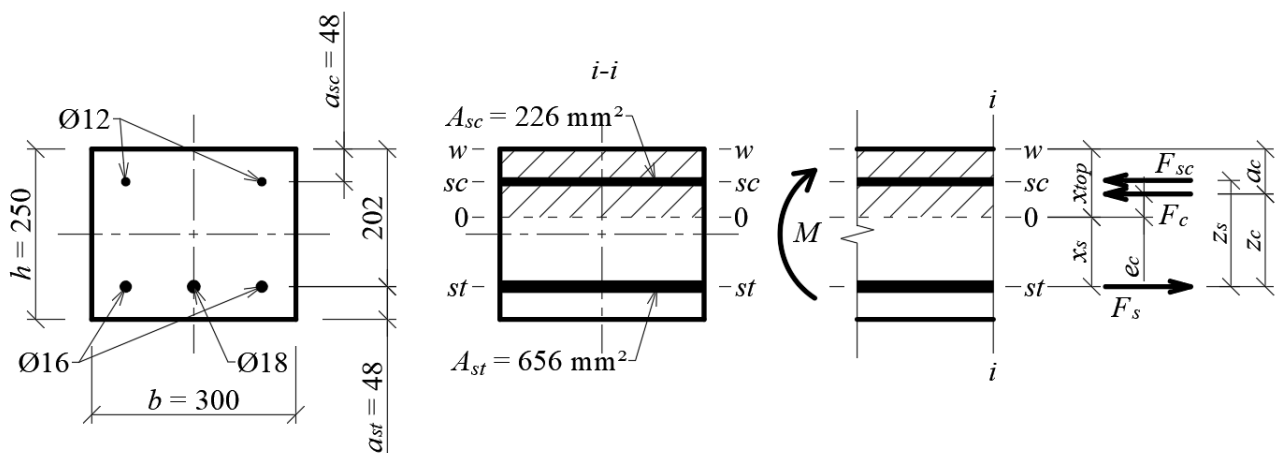


armatūra  $\varnothing 18$ , žingsniu 200 mm. Išilgai kanalo prie kas antro išilginio strypo dedama skersinė armatūra  $\varnothing 8$ , žingsniu 400 mm. Papildomai armuojama jungtis su sienine plokšte. Armatūros klasė – S500. Betono klasė – C25/30, betono tūrinis svoris  $25 \text{ kN/m}^3$ .

Dėl pradinių duomenų trūkumo, sijos viršutinę plokštę veikianti apkrova bus nustatoma pagal rezultatus gautus ZI metodu ir STR, priimant ribinį momentą.

Baigiamajame darbe tyrimui pasirinkta konstrukcija – požeminio kanalo viršutinė gelžbetoninė plokštė (59 pav.). Tyrimo tikslas – nustatyti viršutinės plokštės laikomąją galią ties plokštės viduriu ZI metodu ir STR bei palyginti rezultatus su baigtinių elementų metodu.

Atliekant laikomosios galios skaičiavimą nagrinėjamas viršutinės plokštės skerspjūvis, kurio plotis  $b = 300 \text{ mm}$  (60 pav.).



60 pav. Viršutinės požeminio kanalo plokštės skerspjūvis ir skaičiuojamoji schema

Pirmiausia, surašome duomenis apie medžiagas. Betono C20/25 techniniai rodikliai:

$$f_{ck} = 20 \text{ MPa}; \quad f_{cm} = 28 \text{ MPa}; \quad f_{cd} = 12 \text{ MPa};$$

$$E_{cm} = 30,0 \text{ GPa}; \quad E_c = 31,5 \text{ GPa};$$

$$\varepsilon_{c1} = 1,967 \text{ ‰}; \quad \nu_{c1} = 0,452;$$

$$c_1 = -0,644; \quad c_2 = 0,096.$$

Armatūros S500 techniniai rodikliai:

$$f_{yk} = 500 \text{ MPa}; \quad E_s = 200 \text{ GPa}; \quad \varepsilon_{yk} = 2,00 \text{ ‰}; \quad \nu_s = 1,00;$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1,1} = 455 \text{ MPa}.$$

čia  $\gamma_s$  yra plieno medžiagos dalinis patikimumo koeficientas.

### Laikomosios galios skaičiavimas pagal STR

Stačiakampio skerspjūvio lenkiamieji elementai apskaičiuojami pagal STR 2.05.05:2005 (toliau – STR) reikalavimus. Lenkiamųjų elementų stiprumo sąlyga tikrinama pagal STR 8.17 formulę:

$$M_{Ed} \leq f_{cd} \cdot b \cdot x_{top} \cdot (d - 0,5 \cdot x_{top}) + f_{scd} \cdot A_{sc} \cdot (d - a_{sc}),$$

$$M_{Rd} = f_{cd} \cdot b \cdot x_{top} \cdot (d - 0,5 \cdot x_{top}) + f_{scd} \cdot A_{sc} \cdot (d - a_{sc}),$$

čia  $f_{scd}$  yra gniuždomosios armatūros plieno skaičiuojamieji takumo įtempiai, kurie yra lygūs  $f_{yd}$ .

Skerspjūvio gniuždomosios srities aukštis apskaičiuojama taikant 8.18 formulę:

$$f_{yd} \cdot A_{st} - f_{scd} \cdot A_{sc} = f_{cd} \cdot b \cdot x_{top}.$$

Apskaičiuojame skerspjūvio gniuždomosios srities aukštį:

$$x_{top} = \frac{f_{yd} \cdot A_{st} - f_{scd} \cdot A_{sc}}{f_{cd} \cdot b} = \frac{455 \cdot 656 - 455 \cdot 226}{12 \cdot 300} = 54,3 \text{ mm}.$$

Palyginame gniuždomosios skerspjūvio srities santykinį aukštį su ribiniu. Apskaičiuojame ribinį gniuždomosios skerspjūvio srities santykinį aukštį taikant 8.14 formulę:

$$\xi_{lim} = \frac{\omega}{1 + \frac{\sigma_{s,lim}}{\sigma_{sc,lim}} \cdot \left(1 - \frac{\omega}{1,1}\right)} = \frac{0,754}{1 + \frac{455}{500} \cdot \left(1 - \frac{0,75}{1,1}\right)} = 0,585,$$

čia  $\omega$  yra skerspjūvio gniuždomosios srities charakteristika apskaičiuojama pagal 8.15 formulę;  $\sigma_{s,lim}$  – ribiniai tempiamosios armatūros įtempiai, lygūs takumo įtempiams;  $\sigma_{sc,lim}$  – ribiniai gniuždomosios armatūros įtempiai, lygūs 500 MPa, kai konstrukcijos gaminamos iš sunkiojo betono.

$$\omega = \alpha - 0,008 \cdot f_{cd} = 0,85 - 0,008 \cdot 12 = 0,754,$$

čia  $\alpha$  koeficientas įvertinantis betono rūšį ir sunkiajam betonui yra lygus 0,85.

Tikriname sąlygą:

$$\xi_{top} = \frac{x_{top}}{d} = \frac{54,3}{202} = 0,269 < \xi_{lim} = 0,585,$$

sąlyga tenkinama. Tikriname skerspjūvio gniuždomosios srities aukščio sąlygą:

$$x_{top} = 54,3 \text{ mm} < 2 \cdot a_{sc} = 96,0 \text{ mm},$$

skerspjūvio statmenojo pjūvio stiprumo sąlyga tikrinama pagal 4.8 formulę:

$$M_{Ed} \leq f_{yd} \cdot A_{st} \cdot (d - a_2).$$

Apskaičiuojama skerspjūvio laikomoji galia:

$$M_{Rd} = f_{yd} \cdot A_{st} \cdot (d - a_2) = 455 \cdot 656 \cdot (202 - 48) = 46,0 \cdot 10^6 \text{ Nmm} = 46,0 \text{ kNm}.$$

Atlikus skaičiavimus nustatyta, kad skerspjūvio laikomoji galia yra lygi  $M_{Rd} = 46,0 \text{ kNm}$ , skerspjūvio gniuždomosios srities aukštis yra lygus  $x_{top} = 54,3 \text{ mm}$ .

### Laikomosios galios skaičiavimas ZI metodu

Nagrinęjant elementų saugos ribinį būvį priimamos skaičiuotinės medžiagų rodiklių reikšmės. ZI metode betono medžiagos įtempių-deformacijų priklausomybė aprašoma 3-iojo laipsnio polinomu (7). Polinome naudojamos vidutinės medžiagos rodiklių reikšmės. Norint gauti skaičiuotines

reikšmes, polinomas, pasak prof. I. Židonio (Židonis, 2018) turi būti dalinamas iš dalinio patikimumo koeficiento  $\gamma_{Fc}$ . Jis gaunamas iš dalinio patikimumo koeficiento  $\gamma_{Fc}$  ir betono medžiagos koeficiento  $\gamma_c$  sandaugos:

$$\gamma_{Fc} = \gamma_{Fk} \cdot \gamma_c = 1,30 \cdot 1,50 = 1,95,$$

tada gaunama tokia polinomo išraiška:

$$\frac{\sigma_c(\varepsilon_c)}{\gamma_{Fc}} = \frac{E_c \cdot \varepsilon_c (1 + c_1 \cdot \eta + c_2 \cdot \eta^2)}{\gamma_{Fc}}.$$

Apskaičiuojant elementus saugos ribiniam būviui, skaičiavimas atliekamas tiesioginiu būdu be nuoseklaus artėjimo, kadangi žinoma kraštinio sluoksnio deformacijos reikšmė, kuri yra lygi ribiniai deformacijai  $\varepsilon_{c1}$ , ties vidutinio stiprio riba  $f_{cm}$ .

Skaičiavimams naudojamos dvi pusiausvyros lygtys – jėgų projekcijų ir lenkimo momentų aplink tempiamosios armatūros ašį  $st-st$  (25):

$$\begin{cases} \sum F = 0 \Rightarrow F_{std} - F_{cd} - F_{scd} = 0; \\ \sum M_0 = 0 \Rightarrow F_{cd} \cdot z_c + F_{scd} \cdot z_s - M_{Ed} \cdot \end{cases}$$

Betono įtempiai dalinami iš dalinio koeficiento ir gaunama tokia betono atstojamosios jėgos  $F_{cd}$  ir jos momento  $M_{cd}$  apie neutraliąją ašį 0–0 išraiškos:

$$F_{cd} = \int_0^{x_{top}} \frac{\sigma_c(\varepsilon_c)}{\gamma_{Fc}} \cdot b \cdot dx_c, \quad (44)$$

$$M_{cd} = \int_0^{x_{top}} \frac{\sigma_c(\varepsilon_c)}{\gamma_{Fc}} \cdot x_c \cdot b \cdot dx_c. \quad (45)$$

Tempiamosios bei gniuždomosios armatūrų atstojamosios jėgos įvertinus armatūros plieno dalinį patikimumo koeficientą  $\gamma_s = 1,1$ , gaunamos tokios:

$$F_{std} = \frac{\sigma_{st}}{\gamma_s} \cdot A_{st} = \frac{\nu_s \cdot E_s \cdot \varepsilon_{st}}{\gamma_s} \cdot A_{st}, \quad (46)$$

$$F_{scd} = \frac{\sigma_{sc}}{\gamma_s} \cdot A_{sc} = \frac{\nu_s \cdot E_s \cdot \varepsilon_{sc}}{\gamma_s} \cdot A_{sc}. \quad (47)$$

Skaičiavimai atliekami panašiu principu kaip ir nuoseklaus artėjimo būdų, tik šiuo atveju tėra vienas skaičiavimo ciklas. Iš pradžių sprendžiama jėgų pusiausvyros lygtis ir nustatoma skerspjuvio gniuždomosios srities aukščio reikšmė  $\xi_{top}$ . Tada sprendžiama lenkiamųjų momentų pusiausvyros lygtis ir nustatoma lenkiamojo momento  $M_{Ed}$  reikšmė, kuri mūsų atveju yra laikomosios galios reikšmė  $M_{Rd}$ .

Skaičiavimai atlikti *Maple* programine įranga. Skerspjuvio laikomoji galia yra lygi  $M_{Rd} = 49,7$  kNm, skerspjuvio gniuždomosios srities aukštis yra lygus  $x_{top} = 88,8$  mm. Atlikus

skaičiavimus pagal STR sąlygą, kai skaičiuojant elemento laikomąją galią gniuždomoji skerspjūvio armatūra yra nevertinama  $A_{sc} = 0 \text{ mm}^2$ , skerspjūvio laikomoji galia yra lygi  $M_{Rd} = 45,7 \text{ kNm}$ , skerspjūvio gniuždomosios srities aukštis yra lygus  $x_{top} = 93,1 \text{ mm}$ . Paskutiniai skerspjūvio laikomosios galios skaičiavimai pateikti priede Nr. 7.

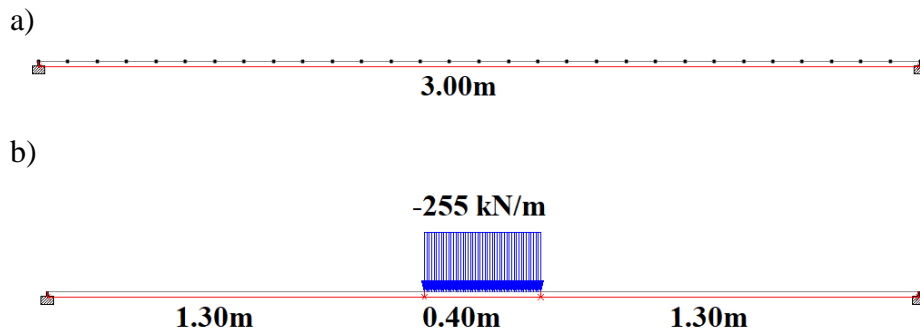
### Laikomosios galios skaičiavimas BEM

Atlikus laikomosios galios skaičiavimus STR ir ZI metodu, gautos tokios lenkiamojo momento reikšmės:

$$M_{Rd,STR} = 46,0 \text{ kNm}; \quad M_{Rd,ZI} = 45,7 \text{ kNm}.$$

Tyrimams naudojama baigtinių elementų programa *STAAD.Pro* (Jurkša, 2003). Sudaromas baigtinių elementų vienmatis modelis viršutinės plokštės ruožui, kurio plotis  $b = 300 \text{ mm}$ . Plokštė modeliuojama iš vienmačių baigtinių elementų – strypų, strypo ilgis  $100 \text{ mm}$  (61a pav.). Sijos skerspjūvis –  $300 \times 250 \text{ mm}$ , ilgis –  $3,00 \text{ m}$ .

Siekiant gauti pagal STR apskaičiuotą lenkiamąjį momentą  $\sim 46 \text{ kNm}$  plokštės tarpatramio viduryje, imituojama sunkiojo transporto vieno rato apkrova išsidėsčiusi per 4 baigtinius elementus. Charakteristinė jos reikšmė yra lygi  $255 \text{ kN/m}$  (61b pav.). Sijos galuose modeliuojamos standžios atramos, kadangi viršutinė plokštė su sienutė jungiama standžiai.



61 pav. Požeminio kanalo plokštės skaičiuojamoji schema:

a) sijos geometrija; b) sijos apkrovų schema

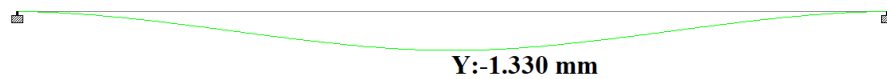
Daroma prielaida, kad visos konstrukciją veikiančios apkrovos yra nuolatinės ir joms taikomas apkrovos dalinis koeficientas  $\gamma_G = 1,35$ . Sudaromi du deriniai:

1. Tinkamumo ribiniam būviui nagrinėti,  $\gamma_G = 1,0$ ;
2. Saugos ribiniam būviui nagrinėti,  $\gamma_G = 1,35$ .

Atlikus analizę gautos atraminės reakcijos (62 pav.) ir poslinkių reikšmės (63 pav.) bei lenkiamųjų momentų ir skersinių jėgų diagramos (64 pav.).



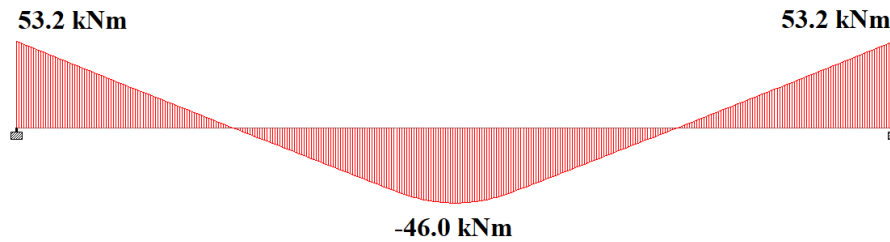
62 pav. Atraminės reakcijos



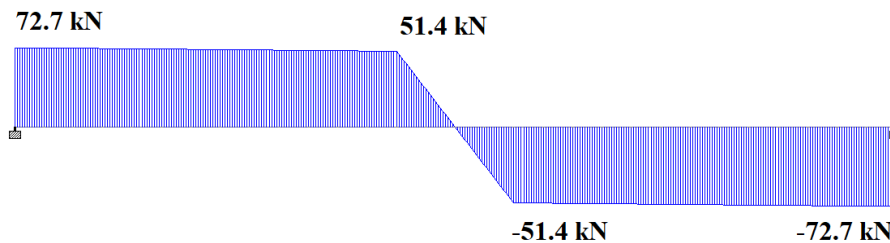
63 pav. Poslinkių diagrama

Didžiausias poslinkis y kryptimi susidarė ties viršutinės perdangos viduriu ir yra lygus 1,33 mm.

a)



b)



64 pav. Sijoje susidarantių įrašų diagramos:

a) lenkiamųjų momentų diagrama; b) skersinių jėgų diagrama

Didžiausias lenkiamasis momentas susidarė sijos galuose ties standžia atrama ir yra lygus 53,2 kNm, didžiausias momentas sijos tarpatramio viduryje susidarė lygus 46,0 kNm. Didžiausia skersinė jėga susidarė sijos kraštuose ir yra lygi 72,7 kN. *STAAD.Pro* pradiniai duomenys pateikti priede Nr. 8.

Sijos projektavimas atliekamas gelžbetoninių elementų projektavimo programa *STAAD.Pro RC Designer*. Projektuojama pagal eurokodą EN 1992-1-1:2004. Suvedami duomenys apie projektuojama plokštę (65 pav.).

The figure displays four screenshots of the 'EC2 Beam Design Brief' software interface, showing different configuration tabs:

- General:** Minimum Cover (Top: 40 mm, Side: 40 mm, Bottom: 40 mm), Aggregate Size (Max: 20 mm), Concrete Grade (C20/25), Envelope (SRB), Divide Beam into (12 Segments).
- Main Reinforcement:** Top Bar Criteria (Min Size: 16, Max Size: 20, Min Gap: 30), Bottom Bar Criteria (Min Size: 16, Max Size: 20, Min Gap: 30), Side Bar Criteria (Minimum Size: 8), Main Bar Type (S500).
- Shear Reinforcement:** Design Shear for (Centre Line of Support), Shear Bar Criteria (Size: 8, Min No. of Legs: 2, Min Spacing: 50 mm), Shear Bar Type (User fyk: 240.0 MPa).
- National Annex:** Country: EC2 without Annex.

65 pav. Suvedami projektiniai duomenys apie medžiagas bei geometrinius rodiklius

Atlikus skaičiavimus nustatytas reikalingas armatūros kiekis. Tarpatramio viduryje, sijos skerspjūvio tempiamojoje srityje reikalingas armatūros kiekis yra lygus  $A_{st} = 647 \text{ mm}^2$ , sijos gniuždomojoje srityje armatūra pagal skaičiavimus yra nereikalinga.

### Rezultatų palyginimas

Palyginame rezultatus gautus ZI metodu, BEM ir STR (8 lentelė).

8 lentelė. Laikomosios galios rezultatų palyginimas tarp ZI metodo, BEM ir STR

Metodas	Laikomoji galia / lenkiamasis momentas	Armatūra skerspjūvio tempiamojoje srityje	Armatūra skerspjūvio gniuždomojoje srityje
	kNm	mm <sup>2</sup>	mm <sup>2</sup>
STR	46,0	656	226
ZI	45,7	656	226
Baigtinių elementų	46,0	647	0

Kaip matome iš rezultatų (8 lentelė) viršutinės plokštės laikomoji galia apskaičiuota ZI metodu ir STR sutampa, paklaida susidaro nežymi, 0,66 %. Lyginant ZI metodu ir STR naudotą tempiamosios armatūros kiekį su BEM apskaičiuotu, taip pat susidaro nežymi 1,37 % paklaida.

#### 4.2. Metodo taikymo uosto konstrukcijoms projektuoti išvados

Atlikus vieną laikomosios galios skaičiavimo uždavinį ir apskaičiavus požeminio kanalo viršutinės plokštės laikomąją galią STR ir ZI metodu, gavome beveik vienodus rezultatus (7 lentelė), susidarė nežymi 0,66 % paklaida, kurią galėjo įtakoti naudojamas skaičių tikslumas ir kiti rodikliai. BEM apskaičiuotas tempiamosios armatūros kiekis pagal EN 1992-1-1:2004 taip pat sutampa, susidaro nereikšminga 1,37 % paklaida, kurią galėjo įtakoti geometriniai rodikliai, kaip armatūros apsauginis sluoksnis, STR bei ZI metode jis priimamas nuo armatūros centro iki skerspjūvio krašto, o BEM naudojamojoje programoje jis užduodamas nuo armatūros krašto iki skerspjūvio krašto.

ZI metodu yra galimybė atlikti skerspjūvio stiprumo sąlygos patikrinimą panaudojant realias medžiagų įtempių-deformacijų priklausomybes. Panaudojus prof. I. Židonio pasiūlytą atstojamųjų jėgų dalinį patikimumo koeficientą  $\gamma_{Fc} = 1,95$ , vidutinės betono stiprio reikšmės, verčiamos skaičiuotinėmis ir gaunamas pakankamas tikslumas, lyginant su STR.

## BAIGIAMOSIOS IŠVADOS, REKOMENDACIJOS

Apibendrinant atliktus tyrimus, baigiamajame darbe padarytos tokios išvados:

1. Atlikta mokslinės literatūros analizė, apžvelgti kitų mokslininkų tyrimai, aprašytas ir išanalizuotas ZI metodas, pateiktas skaičiavimo algoritmas bei sudaryta skaičiuoklė. Tikrinant metodo veiksmingumą, buvo apskaičiuoti skirtingų strypų betoniniai ir gelžbetoniniai įvairiai armuoti skerspjūviai, konstrukciniai elementai su plyšiais. ZI skaičiavimai sugretinti su LR statybos techninio reglamento teikiama metodika, su skaičiavimais baigtinių elementų metodu ir su laboratorinių eksperimentų rezultatais. ZI metodas pritaikytas uosto konstrukcijoms projektuoti.
2. Mokslinės literatūros tyrimo metu nustatyta, kad medžiagų fizikiniam netiesiškumui aprašyti naudojami tiek analitiniai, tiek skaitiniai metodai, kartais – eksperimentiniai, tačiau taikomi metodai yra sudėtingi.
3. Šiame tiriamajame darbe *MAPLE* kompiuterinės algebros pagalba sukurta skaičiuoklė atskiriems uždaviniams greitai bei veiksmingai spręsti.
4. Atlikus veiksmingumo patikrą didžiausi skirtumai atsirado lyginant rezultatus su STR metodu, nagrinėjant betoninį skerspjūvį skirtumai susidarė daugiau kaip 100 % (iki 1082 %), nagrinėjant gelžbetoninį skerspjūvį skirtumai susidarė iki 21,8 %. Gretinant rezultatus su tampriuoju uždaviniu skirtumai susidarė iki 43,3 %. Nagrinėjant betoninį skerspjūvį baigtinių elementų metodu, paklaidos susidarė mažesnės, iki 21,2 %, nagrinėjant gelžbetoninį elementą – iki 15,66 %. Nagrinėjant gelžbetoninį elementą su plyšiais, BEM programinę įrangą *ANSYS*, rezultatų gauti nepavyko, kadangi sprendinys nekonvergavo.
5. Apskaičiavus uosto biralų sandėlio požeminio kanalo viršutinės plokštės laikomąją galią ZI metodu, rezultatai gauti artimi rezultatams apskaičiuotiems STR ir nustatytiems BEM.

Taip pat šiuo tiriamuoju darbu teikiamos rekomendacijos:

1. Atliekant tolimesnius tyrimus, bus naudinga apjungti skaičiuoklėse išspręstus uždavinius ir sukurti vientisą, automatizuotą programą, gebančią spręsti įvairius uždavinius tiek nagrinėjant mechaninio būvio parametrus tiek nustatant laikomąją galią.
2. Išanalizuoti skerspjūvių su plyšiais skaičiavimą ZI metodu ir parengti skaičiuoklę tokio tipo uždaviniams spręsti bei pridėti ją prie automatizuotos programos.
3. Baigtinių elementų metodu sumodeliuoti ir išanalizuoti gelžbetoninį elementą su plyšiais ir palyginti rezultatus su ZI metodu bei eksperimentiniais bandymais.

## LITERATŪRA

- Alawadhi, Esam M. 2010. *Finite element simulations using ANSYS*. Boca Raton FL: CRC Press, 408 p.
- Balevičius, R. 2005. *Semi analytical modelling of reinforced concrete members in bending*. *Mechanika* No. 5(55), p. 32-40
- Čižas, A. 1993. *Medžiagų atsparumas. Konstrukcijų elementų mechanika*. Vilnius: Technika, 408 p.
- Dulinskas, E. and Zabulionis, D. 2007a. *Analysis of Equivalent Substitution of Rectangular Stress Block for Nonlinear Stress Diagram*. *Mechanika*, No. 6(68), p. 26–38.
- Dulinskas, E.; Zabulionis, D. and Balevičius, R. 2007b. *On the equivalence of compressive concrete diagrams in analysis of flexural reinforced concrete elements*. The 9th International Conference Modern Building Materials, Structures and Techniques, held on May 16–18, Vilnius: Technika, vol. 2, p. 523–530.
- Dulinskas, E.; Zambauskaitė, R. and Zabulionis, D. 2010. *An analysis of elasto-plastic bar cross-section stress-strain state in a pure bending*. The 10th Int. Conf. Modern Building Materials, Structures and Techniques, held on May 19-21. Vilnius: Technika, Vol. 2, p. 599-603.
- Kaklauskas, G. 1997. *A method for determination of stress-strain relations for concrete from experimental data of rc bending members*, *Statyba*, Nr. 2(10), 60–68 p.
- Kaklauskas, G. 2001a. *Integral flexural constitutive model for deformational analysis of concrete structures: monograph*. Vilnius: Technika. 139 p.
- Kaklauskas, G. 2001b. *Integralinis fizinis modelis lenkiamųjų gelžbetoninių elementų deformacijoms skaičiuoti*, *Statyba*, Nr. 7, 3–9 p.
- Kovaitis, V.; Užgrindis, T. ir Židonis, I. 2013. *Įtempių-deformacijų būvio parametrų apskaičiavimas lenkiamųjų gelžbetoninių elementų stačiakampiame skerspjūvyje, taikanti EN-2 kreivinę betono įtempių diagramą*, *Jaunųjų mokslininkų darbai*, Nr. 1(39), 159–167 p.
- Fichtengolcas, G. 1965. *Matematinės analizės pagrindai I*. Vilnius: Mintis. 422 p.
- Fichtengolcas, G. 1967. *Matematinės analizės pagrindai II*. Vilnius: Mintis. 451 p.
- Filatov, V. B. and Suvorov, A. A. 2016. *Research of the stress condition of the normal section of reinforced concrete elements using nonlinear deformation model*, *Procedia Engineering*, vol. 153, p. 144–150.
- Jurkša, A., Popovas, V. 2003. *Statybos konstrukcijų skaičiavimo programa STAAD.Pro : programos apžvalga, komandos, skaičiavimo pavyzdžiai : mokomoji knyga*. Vilnius: technika. 325 p.
- LST EN 1992-1-1. *Eurokodas 2. Gelžbetoninių konstrukcijų projektavimas. 1-1 dalis. Bendrosios ir pastatų taisyklės*
- LST EN 12390-3. *Sukietėjusio betono bandymai. 3 dalis. Bandinių gniuždomasis stirpis*.
- Nakas, A. 2002. *Profesorius Anatolijus Rozenbliumas*. Vilnius: Technika. 268 p.
- Nakasone, Yuji Solarski, T. A., Yoshimoto, S. 2008. *Engineering analysis with ANSYS software*. Oxford: Elsevier, 456 p.
- Raue, E. 2004a. *Alternative Mathematical Modelling in the Analysis of Reinforced Concrete Structures*. The 8th International Conference Modern Building Materials, Structures and Techniques, held on May 19–21
- Raue, E. 2004b. *Optimum Design of Reinforced Concrete Cross Sections with Methods of Mathematical Programming Considering Deformation Constraints*. The 8th International Conference Modern Building Materials, Structures and Techniques held on May 19–21
- Raue, E. 2007a. *Non-linear analysis of composite cross-sections by non-linear optimisation*. The 9th International Conference Modern Building Materials, Structures and Techniques, held on May 16–18, Vilnius: Technika, vol. 3, p. 1040–1048.
- Raue, E. and Timmler, H. G. 2007b. *Non-linear analysis of deformations of reinforced concrete elements by non-linear mathematical optimization*, The 9th International conference modern building materials, structures and techniques held on May 16–18, Vilnius: Technika, vol. 3, p. 1049–1053.

- Raue, E., Timmler, H. G. and Garke, R. 2007c. *Analysis of pre-damaged and pre-loaded composite cross-section using mathematical optimization*. The 9th International Conference Modern Building Materials, Structures and Techniques, held on May 16–18, Vilnius: Technika, vol. 3, p. 1054–1060.
- Samofalov, M., Ustinovičius, L., Šlauteris, A. 2020. *Load distribution influence on the mechanical state of reinforcement concrete structures of a port storage facility*. *Mechanika*, vol. 26 (6), p. 470–477.
- Samofalov, M., Židonis, I. 2021. *Investigation of Mechanical State of Reinforced Beams with Cracks by the ZI Method: Algorithm and Calculation Results*. *Mechanika*, vol. 27(2), p. 159-167
- Slaitas, J., Hlavac, Z., Šneideris, A. 2017. *Flexural Reinforced Concrete Elements Normal Section Bearing Capacity Evaluation in Fracture Stage*. *Engineering Structures and Technologies*. Vilniaus Gedimino technikos universitetas, vol. 9(2), p. 70–78.
- STR 2.05.03:2003. *Statybinių konstrukcijų projektavimo pagrindai*.
- STR 2.05.05:2005. *Betoninių ir gelžbetoninių konstrukcijų projektavimas*.
- Židonis, I. 2007a. *A simple-to-integrate formula of stress as a function of strain in concrete and its description procedure*, *Mechanika*, No. 4(66), p. 23–30.
- Židonis, I. 2007b. *Method for calculation of stress-strain state parameters in normal sections of structural members*, The 9th International Conference Modern Building Materials, Structures and Techniques, held on May 16–18, Vilnius: Technika, vol. 2, p. 841–850.
- Židonis, I. 2009. *Method for a direct calculation of stress-strain state parameters at normal right-angled sections of structural members given curvilinear stress diagrams*, *Mechanika*, No. 3(77), p. 27–33.
- Židonis, I. 2010. *Estimation of account the flanges in the direct calculation of stress-strain state parameters at normal sections of structural members*, *Mechanika*, No. 1(81), p. 13–19.
- Židonis, I. 2013a. *Lenkiamų elementų stiprumo statmename pjūvyje apskaičiavimo metodas, kai įtempių diagrama yra kreivinė: mokomoji knyga*. Šiauliai. 44 p.
- Židonis, I. 2013b. *Strength calculation method for corss-section of reinforced concrete flexural member using curvilinear concrete stress diagram of EN-2*, *Procedia Engineering*, vol. 57, p. 1309–1318.
- Židonis, I. 2014. *The third equilibrium equation for forces of flexural memeber cross-section*, *Mechanika*, No. 20(2), p. 127–134.
- Židonis, I. 2018a. *Apie metodą įtempių-deformacijų būvio parametrus apskaičiuoti lenkimo momentų ir ašinių jėgų veikiamų konstrukcinių elementų statmenuose pjūviuose*. Lietuvos taikomųjų mokslų akademijos mokslo darbai. Tarptautinis inovacinis taikomųjų mokslų darbu žurnalas. Klaipėda: Klaipėdos universiteto leidykla, Nr. 8, p. 10–23.
- Židonis, I. 2018b. *ZI metodas ir jo panaudojimas konstrukcinių elementų įtempių-deformacijų būvio parametrus apskaičiuoti: monografija*. Klaipėda: Klaipėdos universiteto leidykla. 556 p.
- Židonis, I. 2019. *Curvilinear stress-strain relationship for concrete of EN-2 regulation in the ZI method and the calculation of beam strenght*. *Mechanika*, No. 25(5), p. 341–349.
- Справочник проектировщика промышленных, жилых и общественных зданий и сооружений. Расчётно-теоретический*. 1972. Под ред. А. А. Уманского. Москва: Стройиздат. 600 с.
- Суворов А. А. 2016. *Аналитическое описание нелинейной работы нормального сечения в вершине наклонной трещины*. *Урбанистика*, no. 2, с. 29 - 35
- Фиалко С. Ю. *Применение метода конечных элементов к анализу прочности и несущей способности тонкостенных железобетонных конструкций с учётом физической нелинейности*. Москва: Издательство СКАД СОФТ, Издательский дом АСВ, 2018. 192 с.
- Писаренко, Г. С.; Яковлев, А. П.; Матвеев, В. В. 1988. *Справочник по сопротивлению материалов*. Киев: Наукова думка. 736 с.
- 2012/12/14-TDP-SK. *Birių medžiagų sandėlis, Minijos g. 180, nauja statyba*. Statybos projektas, 2012.